

## PROCESOS ADIABÁTICOS

1. Demostración de que  $PV^\gamma = \text{cte}$

2. Obtención de la expresión del trabajo

1. Por una parte, tendremos en cuenta la ecuación de estado de un gas ideal:  $PV = nRT$  (I).

Además, el primer principio de la termodinámica establece que  $\Delta U = Q - W$ , que en el caso de un proceso adiabático,  $Q = 0$  puede expresarse como  $dU = -pdV$  (II)

Como  $U = nC_V T$  para un gas ideal, (II) puede expresarse como  $nC_V dT = -pdV$  (III)

Si diferenciamos la expresión (I)  $\rightarrow pdV + Vdp = nRdT$  con lo que  $nDT = \frac{1}{R}(pdV + Vdp)$  y sustituyendo en (III)

$$\frac{C_V}{R}(pdV + Vdp) = -pdV \text{ y agrupando}$$

$$\left(\frac{C_V}{R} + 1\right) pdV = -\frac{C_V}{R} Vdp ; \frac{C_P}{R} pdV = -\frac{C_V}{R} Vdp$$

y agrupando ahora, separando P y V tendremos

$$\frac{C_P}{C_V} \frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p} \text{ esto es } \gamma \frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p} . \text{ Si integrar:}$$

$$\int \gamma \frac{dV}{V} = - \int \frac{dp}{p} \rightarrow \gamma \ln V = -\ln p + \text{cte} \rightarrow \gamma \ln V + \ln p = \text{cte}$$

Teniendo en cuenta propiedades de los logaritmos:  $\ln V + \ln p = \text{cte}$

$$\ln(V^\gamma p) = \text{cte} \Rightarrow \boxed{PV^\gamma = \text{constante}}$$

## 2. Trabajo adiabático

El trabajo asociado a una variazión infinitesimal de volumen será  $dW = pdV$ , o lo que  $W(1 \rightarrow 2) = \int_1^2 pdV(I)$

En un proceso adiabático  $PV^\gamma = \text{cte}$  (en particular  $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ )

luego  $P = \frac{\text{cte}}{V^\gamma}$ , lo llevamos a (I)

$$W(1 \rightarrow 2) = \int_1^2 \frac{\text{cte}}{V^\gamma} dV = \text{cte} \left[ \frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right]_1^2 = \frac{1}{\gamma-1} \left[ \frac{P_1 V_1^{-\gamma+1}}{\text{cte}} - \frac{P_2 V_2^{-\gamma+1}}{\text{cte}} \right]$$

$$W(1 \rightarrow 2) = \frac{1}{\gamma-1} [P_1 V_1 - P_2 V_2]$$

#

$$(T_1 V_1^\gamma - T_2 V_2^\gamma)$$

La ecuación se escribe así ( $T$  y  $V$  son variables independientes)

obteniendo  $(T_1 V_1^\gamma - T_2 V_2^\gamma) = \frac{1}{\gamma-1} [P_1 V_1 - P_2 V_2]$

que es la ecuación de los gases ideales.

Al dividir entre  $V_1^\gamma - V_2^\gamma$  se obtiene  $\frac{T_1 - T_2}{V_1^\gamma - V_2^\gamma} = \frac{1}{\gamma-1} \frac{P_1 - P_2}{V_1 - V_2}$

que es la ecuación de los gases ideales.

Al multiplicar por  $V_1^\gamma - V_2^\gamma$  se obtiene  $(T_1 V_1^\gamma - T_2 V_2^\gamma) = \frac{1}{\gamma-1} [P_1 V_1 - P_2 V_2]$

que es la ecuación de los gases ideales.

Al multiplicar por  $V_1^\gamma - V_2^\gamma$  se obtiene  $(T_1 V_1^\gamma - T_2 V_2^\gamma) = \frac{1}{\gamma-1} [P_1 V_1 - P_2 V_2]$

que es la ecuación de los gases ideales.

Al multiplicar por  $V_1^\gamma - V_2^\gamma$  se obtiene  $(T_1 V_1^\gamma - T_2 V_2^\gamma) = \frac{1}{\gamma-1} [P_1 V_1 - P_2 V_2]$

que es la ecuación de los gases ideales.

Al multiplicar por  $V_1^\gamma - V_2^\gamma$  se obtiene  $(T_1 V_1^\gamma - T_2 V_2^\gamma) = \frac{1}{\gamma-1} [P_1 V_1 - P_2 V_2]$