Escuela de Ingeniería y Arquitectura
Universidad Zaragoza

PROBLEMAS DE FÍSICA 2

2º cuatrimestre

1er curso del Grado en Estudios de

ARQUITECTURA

Curso 2013-2014

Departamento de Física de la Materia Condensada

CALOR Y TEMPERATURA

1) Una varilla de acero mide 3 cm de diámetro a 25ºC. Un anillo de latón tiene un diámetro interior de 2,992 cm a la misma temperatura. ¿A qué temperatura común se igualarán los diámetros, de forma que el anillo podrá deslizar en la varilla?

$\alpha_{\text{latón}}=1{,}9\text{x}10^{-5}\ ºC^{-1}$ $\alpha_{\text{acero}}=1{,}1\text{x}10^{-5}\ ºC^{-1}$

2) En el interior de la pared de una casa hay una tubería de agua caliente en forma de L, que tiene un tramo horizontal recto de 28,0 cm de longitud, un codo, y un tramo vertical recto de 134 cm. Los extremos de la tubería, que es de cobre permanecen en posiciones fijas. Calcule el módulo, dirección y sentido de desplazamiento del codo cuando por la tubería circula agua que hace que la temperatura aumente de 18 ºC a 46,5 ºC.

3) Un bloque de hierro de 1,50 kg, que inicialmente se encuentra a una temperatura de 600 ºC se introduce en un cubo que contiene 20 kg de agua a 25 ºC. ¿Cuál es la temperatura final? Desprecie la capacidad calorífica del cubo y suponga que la cantidad de agua que se evapora al introducir el bloque es también despreciable.

4) El gradiente de temperatura a lo largo de una varilla de cobre es de $-2{,}5\ ºC.cm^{-1}$.

a) Calcule la diferencia de temperatura entre dos puntos separados 5 cm.

b) Determine la cantidad de calor que atraviesa por segundo la unidad de área perpendicular a la varilla. La conductividad térmica del cobre es $\kappa_{Cu}=3{,}84\text{x}10^{2}$ $W.m^{-1}.K^{-1}$.

5) Se tienen tres varillas de metal de 15,24 cm de largo y 2,54 cm de diámetro cada una, hechas de cobre, aluminio y latón respectivamente. Supóngase que la conductividad térmica del cobre sea doble que la del aluminio y 4 veces mayor que la del latón. Las varillas se colocan una a continuación de otra estando la de aluminio entre las otras dos. Los extremos libres de las varillas de cobre y latón se mantienen a 0 y 100ºC respectivamente. Encuentre las temperaturas de equilibrio de la junta cobre-aluminio y la de la junta aluminio-latón.

6) Un cuarto tiene tres ventanas con un área total de 3 m^2. El espesor de vidrio es de 0,4 cm; la cara interior está a 20ºC y la exterior a 10ºC. Calcule la densidad de corriente de calor que atraviesa las ventanas. La conductividad térmica del vidrio es: κ_{vidrio} =5,85 x10^{-1} kg. m. s^{-3} .K^{-1}.

7) Un carpintero construye una puerta de madera sólida de 2 m x 0,95 m x 4 cm. Su conductividad térmica es κ=0,120 W.m^{-1}.K^{-1}. Las películas de aire en las superficies interior y exterior de la puerta tienen la misma resistencia térmica que un espesor adicional de 1,8 cm de madera. La temperatura interior es de 20ºC y la exterior de -8ºC.

a) Calcule el flujo de calor por la puerta

b) ¿En qué factor aumenta el flujo de calor si se inserta una ventana cuadrada de 0,5 m de lado en la puerta? El vidrio tiene un espesor de 0,4 cm y una conductividad térmica de 0,80 W.m^{-1}.K^{-1}. Las películas de aire a ambos lados del vidrio tienen una resistencia térmica total igual a la de otros 12 cm de vidrio.

8) En una casa unifamiliar se va a instalar un sistema solar para calentamiento de agua. Debe poder suministrar al día 300 l de agua a 55ºC. Estimad el área que deben tener los paneles solares, suponiendo que el agua entra a 15 ºC, que la intensidad solar media es de 130 W/m^2 y que la eficiencia de los paneles es del 60%.

9) Calcule la relación entre la pérdida de calor a través de una ventana de un solo cristal con un área de 0,15 m^2 y la que tiene lugar si hay doble cristal. Cada cristal tiene un espesor de 3,5 mm y el espacio entre los dos en la ventana doble es de 5 mm. El vidrio tiene una conductividad térmica de 0,8 W.m^{-1}.K^{-1} mientras que la del aire es 0,024 W.m^{-1}.K^{-1}. Las películas de aire en las superficies interior y exterior de la ventana tienen una resistencia térmica total de 0,15 m^2 .K .W^{-1}.

PROCESOS TERMODINÁMICOS

10) Una parte de un recipiente aislado contiene 0,5 kg de aire (gas ideal, M = 29, γ = 1,4) a 0,4 MPa y 80°C. La segunda parte del recipiente, de 0,1 m^3 de volumen, contiene 1 kg de CO_2 (gas ideal, M = 44, γ = 1,3) a 0,8 MPa. Se rompe la membrana y se alcanza el equilibrio.

(a) Determinad la presión y temperatura finales.

(b) Determinad la presión parcial final de cada gas.

(c) Determinad el calor específico medio isobaro (C_p) de la mezcla.

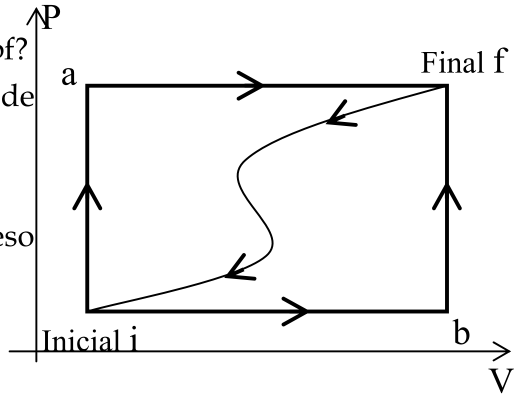
11) Cuando se hace pasar un sistema del estado i al f siguiendo la trayectoria iaf, se encuentra que Q=50 cal y W=20 cal, mientras que siguiendo la ibf, se tiene que Q=36 cal.

a) ¿Cuánto vale W si se sigue la trayectoria ibf?

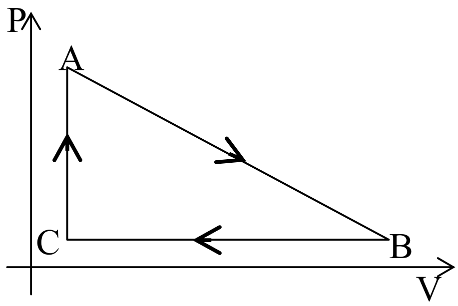
b) Si W= -13 cal para la trayectoria curva de regreso fi, ¿cuánto vale Q para esta?

c) Si Ui=10 cal, ¿cuánto vale Uf?

d) Si Ub=22 cal, ¿cuánto vale Q para el proceso ib? ¿Y para el proceso bf?



12) Se mantiene un gas a presión constante de 20 atm mientras se expande desde un volumen de 5 x 10^{-3} m^3 hasta 9 x 10^{-3} m^3. ¿Qué cantidad de calor debe suministrarse al gas si su energía interna aumenta en la misma cantidad que el trabajo realizado?



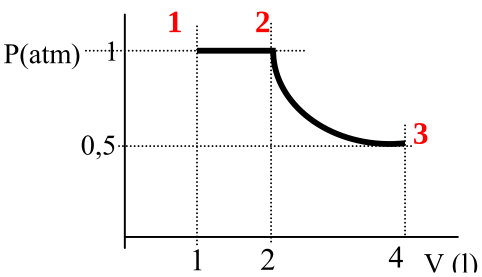
13) Un gas experimenta el ciclo de la figura 100 veces por minuto. Determine la potencia generada si en A la presión es 30 atm y el volumen 2 l y en B la presión es 10 atm y el volumen 8 l?

14) Una máquina de Carnot trabaja entre un depósito caliente a 320 K y uno frío a 260 K. Si esta máquina térmica absorbe 500 julios del depósito caliente,

a) ¿qué trabajo realiza?

b) Si la misma máquina trabajando a la inversa funciona como refrigerador entre los mismos depósitos, ¿qué cantidad de trabajo debe aplicársele para extraer 1000 julios de calor del depósito frío?

15) Un mol de un gas ideal realiza las dos transformaciones representadas en la figura: de 1 a 2, a presión constante y de 2 a 3 a temperatura constante. Si C_v=5 cal.mol^{-1}.K^{-1}



a) Calculad el calor y el trabajo total.

b) ¿Se podrá asegurar que el incremento de energía interna total sea igual al incremento de energía interna de 1 a 2?

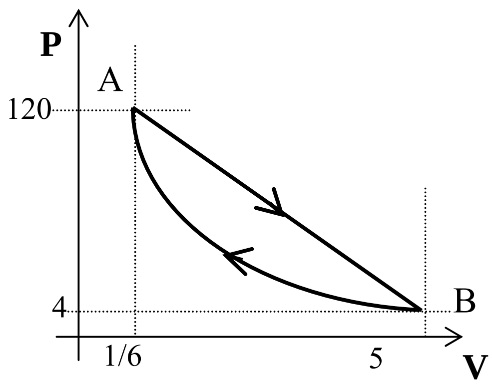
16) Un gas ideal monoatómico pasa del estado P=100, V=1 al P=4, V=5 por dos procesos a y b cuasiestáticos. Considerar que P y V están dados en unidades del SI. El proceso a se define por la ecuación $P=100/V^2$ y el b por P=124-24V.

a) Representad ambos procesos en un diagrama PV.

b) ¿Cuál es el trabajo en cada proceso?

c) Calcular ΔS en cada proceso.

17) Un mol de gas ideal monoatómico sigue un ciclo reversible como el de la figura. Las transformaciones están regidas por las ecuaciones: P=124-24V y PV=20, donde P se mide en N.m^{-2} y V en m^3.



a) ¿Qué trabajo se desarrolla en un ciclo?

b) ¿Cuál es la variación de energía interna y de entropía entre A y B?

c) Calculad el rendimiento del ciclo.

18) Un frigorífico doméstico funciona según ciclos ideales de Carnot, manteniendo una temperatura interior de -10ºC, siendo la del condensador 60ºC. Las paredes no son perfectamente adiabáticas, penetrando 2000 calorías/min. Calculad el dinero que cuesta el refrigerador por día si el precio del kW.h es de 15 céntimos de euro.

19) Determinad gráfica y analíticamente la humedad absoluta, volumen específico, la entalpía, temperatura de rocío y temperatura húmeda de aire a 28 °C y 60 % de humedad relativa.

20)Determinad gráficamente la humedad absoluta, volumen húmedo, entalpía, temperatura de rocío y humedad relativa de aire con temperatura seca de 35°C y temperatura húmeda de 20 °C.

21)Determinad gráfica y analíticamente la humedad absoluta, volumen húmedo, la entalpía, temperatura húmeda y humedad relativa de aire con temperatura seca de 26°C y temperatura de rocío de 8 °C.

SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS

1. T=360,46 ºC

2. 0,663 mm a 78,2 º por debajo de la horizontal

3. T_{final}=29,6 ºC

4. ΔT= 12,5 ºC, j = 9,6x10^4 J/s.m^2

5. T_1=14,3 ºC y T_2=42,9 ºC

6. j=5,26 x 10^6 J/h.m^2

7. **a)** 110 W **b)**1,28

8. A=7,4 m^2

9. Cociente= 2,4

10. a) T=397,9 K y P=583,6 kPa; b)P_a=251,8 kPa, P_{CO_2}=331,9 kPa; c) c_p=0,8804 kJ.kg^{-1}.K^{-1}

11. a) 6 cal **b)**-43 cal **c)** 40 cal **d)**18 cal y 18 cal

12. a)3890 cal

13. P=10130 W

14. a) W= 93,75 J **b)** W=230,8 J

15. a) Q= 119 cal, W=242 julios **b)**ΔU= 61 cal

16. b) Wb=208 J Wa=80 J (si los valores de P y V se dan en el S.I.)

c) $\Delta S_a = \Delta S_b = -6{,}69$ J/K

17. a) W=231,66 J **b)** ΔU=0 ΔS(A→B)= 6,79 cal/K **c)** r=0,77

18. Coste de 13,3 c€

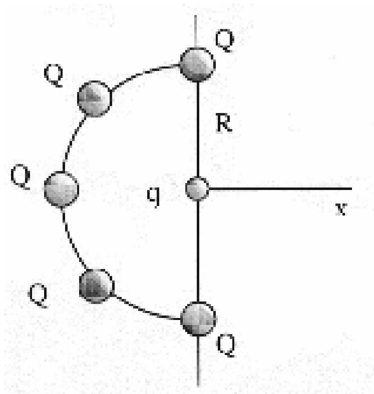
19. $v = 0{,}8728\ m^3.kg^{-1}$; $\omega = 0{,}01423$ kg/kg a.s.; h = 64,52 kJ/kg a.s.; $T_r = 19{,}5$°C; $T_h = 22{,}1$ °C

20. $v = 0{,}8849\ m^3.kg^{-1}$; $\omega = 0{,}00844$ kg/kg a.s.; h = 56,87 kJ/kg a.s.; $T_r = 11{,}5$°C; $\varphi = 24{,}1$ %.

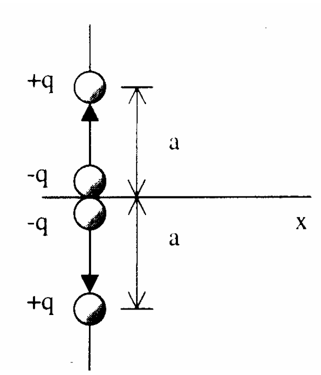
21. $v = 0{,}8566\ m^3.kg^{-1}$; $\omega = 0{,}00665$ kg/kg a.s.; h = 43,12 kJ/kg a.s.; $T_h = 15{,}5$°C; $\varphi = 31{,}9$ %.

CAMPO ELÉCTRICO Y CORRIENTE ELÉCTRICA

1. Cinco cargas iguales Q se disponen igualmente espaciadas en una semicircunferencia de radio R, como indica la figura. Determinad la fuerza que se ejerce sobre una carga q localizada en el centro del semicírculo.



2. Un cuadrupolo consta de dos dipolos próximos entre sí como indica la figura. La carga efectiva en el origen es $-2q$ y las otras dos cargas sobre el eje y en $y = a$ e $y = -a$ son +q. (a) Hallad el valor del campo eléctrico en un punto sobre el eje x a gran distancia ($x \gg a$). (b) Hallad el valor del campo eléctrico en un punto sobre el eje y ($y \gg a$).



3. Una corteza esférica no conductora de radio interior a y radio exterior b posee una densidad ρ de carga volúmica uniforme. Calculad la carga total y el campo eléctrico en todos los puntos del espacio.

4. Los centros de dos esferas metálicas de radio 10 cm están separados 50 cm sobre el eje *x*. Las esferas son inicialmente neutras, pero una carga *Q* se transfiere de una esfera a la otra, creando una diferencia de potencial entre las esferas de 100 V. Un protón se libera desde el reposo en la esfera positivamente cargada y se mueve hacia la esfera cargada negativamente. ¿A qué velocidad choca contra la esfera negativa? (Considerar que la carga del protón es despreciable frente a *Q*, a efectos de la diferencia de potencial entre las esferas). (Datos: $q_{protón}=1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_{protón}= 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ kg)

5. Una carga de 2 nC está uniformemente distribuida alrededor de un anillo de radio 10 cm que tiene su centro en el origen y su eje a lo largo del eje *x*. Una carga puntual de 1 nC está localizada en x = 50 cm. Determinar el trabajo necesario para desplazar la carga puntual al origen, expresándolo en julios y en electrón-voltios.

6. Se tiene un cubo macizo de cobre de arista a=2 cm. ¿Cuál sería su resistencia si se convierte en un alambre de radio R=1,4 mm? (La resistividad del cobre es $\rho=1{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ω.m)

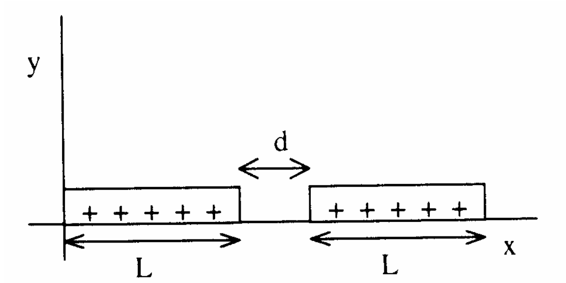
7. Los cables eléctricos de una casa deben ser lo suficientemente gruesos para que no se calienten demasiado. Supongamos que un alambre determinado transporta una corriente de 20 A y se especifica que el calentamiento por efecto Joule no debe exceder los 2 $W.m^{-1}$. ¿Qué diámetro debe tener un alambre de cobre, para que se considere seguro con esta corriente?

8. Una esfera sólida no conductora de radio *R* posee una densidad de carga eléctrica de volumen proporcional a la distancia desde el centro: $\rho = A.\ r$ para $r < R$, $\rho =0$ para $r > R$, siendo *A* una constante.

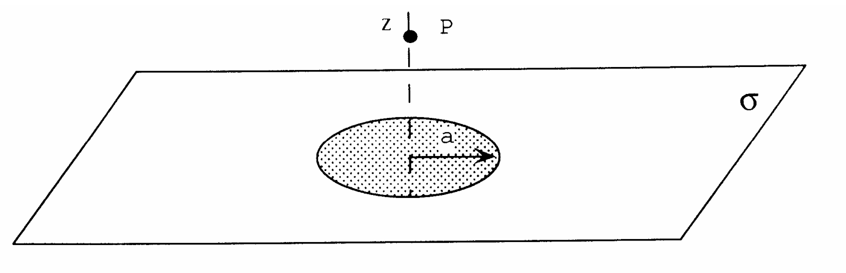
a) Hallad la carga total sumando las cargas en cortezas infinitesimales de espesor *dr* y volumen $4\pi r^2\ dr$.

b) Hallad el campo eléctrico *E(r),* tanto en el interior como en el exterior de la distribución de carga.

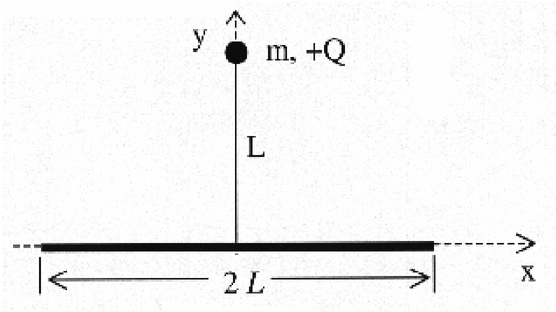
9. Dos barras iguales de longitud *L,* cargadas uniformemente con una carga *Q,* están situadas sobre el eje *x* separadas una distancia *d,* tal y como indica la figura. ¿Cuál es la fuerza que cada una de las barras ejerce sobre la otra?



10. Hallad el campo electrostático en los puntos del eje indicado en la figura, que representa un plano infinito con densidad de carga uniforme σ al que se ha taladrado un agujero de radio *a.* Si colocamos una carga puntual de signo opuesto a σ sobre el eje *z*, ¿cuál será su frecuencia de oscilación para pequeñas amplitudes en torno al equilibrio? Resolved lo anterior directamente a partir del cálculo del potencial electrostático.



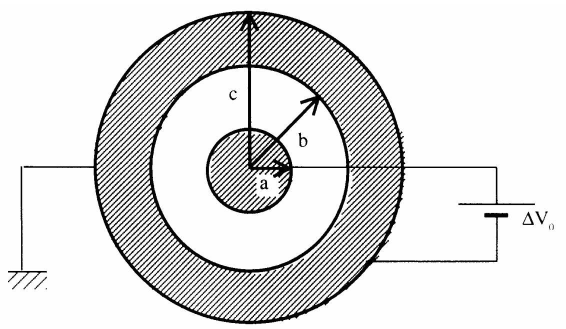
11. Una varilla cargada de longitud *2L* está a lo largo del eje x con su centro sobre el origen (ver figura). La densidad (lineal) de carga de la varilla es $\lambda(x) = A|x|$, siendo A = *cte* >0. Del centro de la varilla y mediante un hilo sin carga de longitud L se sujeta una pequeña esfera con masa *m* y carga +*Q*. Si en un momento dado se corta el hilo, calculad la velocidad de la esfera cuando la distancia a la varilla sea $2L$, ¿cuál será la distancia máxima alcanzada por la esfera?



12. Una barra de longitud L posee una carga Q distribuida uniformemente a lo largo de su longitud. La barra está colocada a lo largo del eje x con su centro en el origen. ¿Cuál es el potencial eléctrico en función de la posición a lo largo del eje x para $x > L/2$? Demostrad que para $x \gg L/2$ el resultado coincide con el potencial debido a una carga puntual Q.

13. Dos conductores en forma de cortezas esféricas concéntricas poseen cargas iguales y opuestas. La corteza interior tiene un radio a y carga $+Q$; la corteza exterior tiene un radio b y carga $-Q$. Hallad la diferencia de potencial entre las cortezas, $V_a - V_b$.

14. Una esfera metálica maciza de radio a, inicialmente descargada, se encuentra rodeada de una corteza también metálica y concéntrica de radios b y c. La esfera y la corteza se conectan a una batería que mantiene una diferencia de potencial ΔV_0 entre ellas, estando la externa además conectada a tierra. Hallad las densidades de volumen y superficiales de carga en los conductores



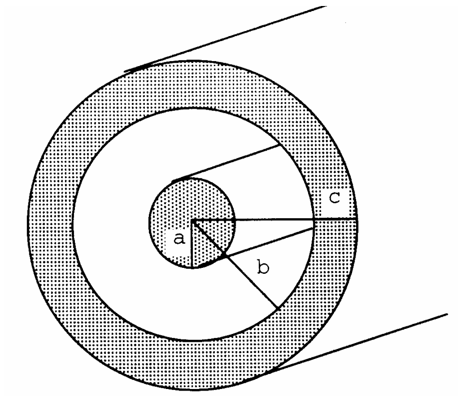
15. La figura muestra dos largos cilindros conductores concéntricos, el interior con carga total $+q$ y el exterior con carga total $-q$. Suponiendo que la longitud L de los cilindros es mucho mayor que las dimensiones radiales ($L \gg c$), calculad:

a) El campo electrostático en cualquier punto del espacio.

b) La diferencia de potencial entre los cilindros.

c) La capacidad del sistema por unidad de longitud.

d) La energía electrostática almacenada en el sistema.



16. Consideremos una esfera maciza, de densidad volúmica de carga uniforme, de radio R y carga total Q. Considerad el origen en el centro de la bola. Utilizad la componente radial del campo eléctrico E_r, deducido mediante la ley de Gauss, para: *(suponed que $V = 0$ para $r = R$)*

a) Calcular el potencial eléctrico $V(r)$ en todos los puntos del espacio,.

b) ¿Cuál es el potencial en el origen?

17. Hallad la resistencia de un medio de resistividad ρ, que llena el espacio entre dos placas cilíndricas concéntricas cuando se hace fluir la corriente entre esas dos placas. (Datos: radio del cilindro interior: a, radio del cilindro exterior: b, longitud de los cilindros: $L \gg a,b$)

18. Dos placas paralelas tienen cargas de igual magnitud y signo opuesto. Cuando se hace el vacío en el espacio comprendido entre las placas, el campo eléctrico es

$E=3{,}60 \times 10^5$ V.m^{-1}. Si el espacio entre las placas se llena con un dieléctrico, E= $1{,}80 \times 10^5$ V.m^{-1}.

a) ¿Cuál es la densidad de carga en cada superficie del dieléctrico?
b) ¿Cuál es la constante dieléctrica?

19. Dos placas conductoras idénticas cargadas con cargas de signo opuesto están separadas por un dieléctrico de 1,6 mm de espesor, de constante dieléctrica $\varepsilon_r = 4{,}5$. El campo eléctrico resultante en el dieléctrico es de $1{,}40 \times 10^6$ V.m^{-1}. Calculad:

a) La carga por unidad de área sobre cada placa conductora.
b) La carga por unidad de área sobre las superficies del dieléctrico.
c) La densidad de energía del campo eléctrico almacenada en el condensador.

SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS

CAMPO ELÉCTRICO. CORRIENTE ELÉCTRICA

1. $\vec{F} = \frac{kQq}{R^2}\left(\sqrt{2}+1\right)\hat{\imath} \quad N$

2. a) E = $3kqa^2 / x^4$ Atractivo

b) E = $6kqa^2 / y^4$ Repulsivo

3. $\vec{E}(r<a) = 0; \quad \vec{E}(a<r<b) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{a^2}{r^2}\right)\hat{r}; \quad \vec{E}(r>b) = \frac{kQ_T}{r^2}\hat{r}; \quad Q_T = \frac{4}{3}\pi\rho\left(b^3 - a^3\right)$

4. v = 1,38 x 10^5 m/s

5. W = - 1,45 x 10^{-7} J

6. R = 3,8 x 10^{-3} Ω

7. d = 2,14 mm

8. a) $Q_T = \pi A R^4$

b) $\vec{E}(r<R) = \frac{A}{4\varepsilon_0} r^2 \hat{r}; \quad \vec{E}(r>R) = \frac{AR^4}{4\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$

9. $F = k\lambda^2 \ln\frac{(L+d)^2}{d(2L+d)}$

10. $\omega = \sqrt{\frac{q\sigma}{2am\varepsilon_0}}$

11. $v^2 = \frac{4kAQL\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)}{m}$

12. $V = k\lambda \ln\frac{(2x+L)}{(2x-L)}$

13. $V_a - V_b = kQ\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$

14. a) $\sigma_a = \frac{\varepsilon_0 \Delta V_0 b}{a(b-a)} \qquad \sigma_b = -b\frac{\varepsilon_0 \Delta V_0 a}{a(b-a)}$

b) $P = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{\Delta V_0 b}{a\,(b-a)}\right)^2$

15. a) $\vec{E}(r > b) = 0$; $\vec{E}(a \le r \le b) = \dfrac{Q/L}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}$; $\vec{E}(r < a) = 0$

b) $\Delta V = 2k\lambda \ln\dfrac{b}{a}$

c) $\dfrac{C}{L} = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(b/a)}$

d) $U = k\dfrac{Q^2}{L}\ln\dfrac{b}{a}$

16. a) $V = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{R}\right)$

b) $V = (R^2 - r^2)\rho/6\varepsilon_0$

c) $V(r=0) = \rho R^2/6\varepsilon_0$

17. $R = \dfrac{\rho}{2\pi L}\ln\dfrac{b}{a}$

18. a) $|\sigma_{ligada}| = 1{,}59\text{x}10^{-6}$ C/m^2

b) $\varepsilon_r = 2{,}0$

19. a) $|\sigma_{libre}| = 5{,}57\text{x}10^{-5}$ C/m^2

b) $|\sigma_{ligada}| = 4{,}33\text{x}10^{-5}$ C/m^2

c) $\eta = 39{,}03$ J.m^{-3}

PROPAGACIÓN DE ONDAS

1.Una onda armónica se propaga a lo largo de una cuerda uniforme e infinita bajo tensión constante. En el extremo x= 0 m se observa que la cuerda alcanza su desplazamiento transversal máximo $|y_{max}|$=50 cm cada 5 s. La distancia entre máximos en un instante de tiempo cualquiera es 50 m. Encontrad la expresión de su función de onda suponiendo que es armónica, que tiene su desplazamiento máximo en x = 0 cuando t = 0 y que se está moviendo a lo largo de la cuerda de izquierda a derecha.

2.Un pulso transversal que se propaga por una cuerda tensa se describe mediante la función: $y(x,t) = \dfrac{8}{4+(x-5t)^2}$, en unidades del sistema internacional. Representad gráficamente de forma esquemática dicho pulso, para t=0 y t= 1s. ¿Cuál será la velocidad de un punto situado a 10 m del origen en el instante t=1 s?

3.Un alambre de cobre, fijo por sus dos extremos, tiene un radio de 1 mm, una longitud de 1 m y está sujeto a una tensión de 10000 N. Hallar: (a) la frecuencia fundamental y los dos sucesivos armónicos transversales, (b) las longitudes de onda correspondientes. (c) Hacer el gráfico del estado de vibración del alambre en cada caso. (d) Escribir la función que describe las ondas estacionarias para cada frecuencia. (Densidad del cobre ρ_{Cu}=8,93 g/ cm^3)

4.Una habitación tiene dos paredes opuestas, separadas una distancia L, que están alicatadas. Las paredes restantes, el techo y el suelo están recubiertos de un material absorbente del sonido. La frecuencia más baja para la que la habitación es acústicamente resonante es 50 Hz. Se produce un ruido complejo en la habitación que excita sólo los dos modos inferiores (las ondas estacionarias que se producen contienen sólo el modo fundamental y el segundo armónico). Si cada modo tiene su amplitud máxima en t=0, representa gráficamente el desplazamiento del aire, ξ, para cada modo separadamente, en función de x, en los instantes t=0, t=1/200 s y t= 1/100 s.

5. Tres frecuencias de resonancia sucesivas (n, n+1 y n+2) de un tubo de órgano son 1310, 1834 y 2358 Hz. (a) ¿Está cerrado el tubo por un extremo o abierto en ambos extremos? (b) ¿Cuál es la frecuencia de resonancia fundamental? (c) ¿Cuál es la longitud del tubo, si la velocidad de propagación de las ondas es 340 $m.s^{-1}$?

6. Un alambre de acero que tiene una longitud de 80 cm y un radio de 1 mm cuelga del techo. (a) Si un cuerpo de 100 kg de masa se suspende del extremo libre, hallad la elongación del alambre sabiendo que el módulo de Young del acero es $2 \cdot 10^{11}$ Nm^{-2} y que su densidad es 7,8 g/cm^3. (b) Hallad el desplazamiento del punto medio y el esfuerzo hacia abajo sobre él. (c) Calculad la velocidad de las ondas longitudinales y transversales que se propagan a lo largo del alambre cuando la masa está suspendida.

7. Con un martillo se golpea el extremo libre de una varilla de acero de 60 cm, cuyo otro extremo se halla empotrado en la pared. ¿Cuál es la frecuencia más baja a la que resonará la varilla al ser golpeada de forma rítmica? (Datos: densidad del acero ρ = 7,8 g/cm^3, módulo elástico de Young $Y = 2 \cdot 10^{11}$ Pa)

8. El valor de una perturbación que se propaga en la dirección del eje x está dado en función del tiempo y de x por una de las siguientes expresiones matemáticas, donde A y B son constantes características del medio y C no depende de x ni del tiempo:

i) $\xi(x,t) = x^2 + A^2t^2 - 2Axt + B$

ii) $\xi(x,t) = Csen(Ax)e^{Bt}$

iii) $\xi(x,t) = Csen(Ax)cos(Bt)$

iv) $\xi(x,t) = Ce(Ax - Bt)$

v) $\xi(x,t) = C\ sen\left[2\pi\left(\frac{x}{A} - \frac{t}{B}\right)^2\right]$

vi) $\xi(x,t) = Csen\left[2\pi\left(\frac{x^2}{A} - \frac{t}{B}\right)\right]$

Determinad en cada caso si el tipo de perturbación se propaga o no como una onda. En caso afirmativo determinar la velocidad de propagación v. Encontrar cuando sea posible las dos funciones f y g que permitan escribir la perturbación como: $\xi(x,t) = f(x-vt) + g(x+vt)$. En los casos en que tenga sentido determinar la longitud de onda, periodo y frecuencia.

9. Una cuerda de longitud L y masa M cuelga libremente del techo. (a) Demostrad que la velocidad de una onda transversal en función de la posición a lo largo de la cuerda es $v= (gy)^{1/2}$, siendo y la distancia desde el extremo libre. (b) Probad que un pulso transversal recorrerá la cuerda (ida y vuelta) en un tiempo $4(L/g)^{1/2}$.

10. Para el deporte del "*puenting*" se utilizan cuerdas elásticas que se alargan notablemente cuando el saltador se arroja desde lo alto de un puente. Supongamos que para un saltador que pesa 70 kg y que usa una cuerda de 50 m de longitud, 10 kg de masa y diámetro 3 cm, esta se estira 5 m tras el salto. (a) Despreciando rozamientos, calculad el periodo de oscilación para pequeñas oscilaciones del saltador tras su caída. (b) Hallad el módulo de Young de la cuerda.

Para avisar a sus compañeros que están encima del puente, cuando el saltador ha alcanzado el equilibrio agita lateralmente la cuerda, produciendo una onda armónica transversal de 3 Hz. Sin despreciar la masa de la cuerda frente a la del hombre calculad (c) la longitud de onda abajo y en la parte de arriba y (d) el tiempo que tarda la señal en llegar a la parte alta.

11. Las variaciones de presión en una columna de fluido (líquido o gas) pueden propagarse como una onda armónica: $P - P_0 = A\cos(2\pi[x/\lambda - t/T])$, solución de la ecuación de ondas $\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{B}{\rho_0}\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$, con P_0 es la presión de equilibrio en ausencia de perturbaciones, ρ_0 la densidad en equilibrio y B es el módulo de compresibilidad de volumen definido por $B=\rho_0(dP/d\rho)_{eq.}$

a) ¿Qué es A, que tiene unidades de presión?

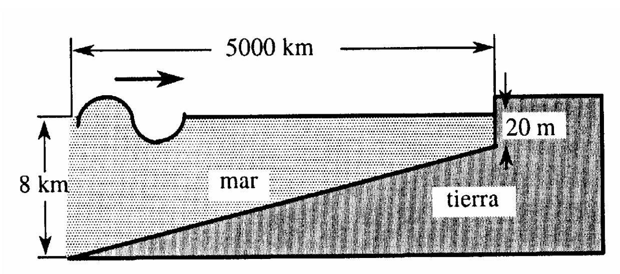
b) Puede demostrarse que la presión y la densidad del gas están relacionadas con el desplazamiento ξ de la masa de una rodaja infinitesimal de la columna de gas respecto a su posición de equilibrio mediante las expresiones:

$$\rho - \rho_0 = -\rho_0 \frac{\partial\xi}{\partial x} \Big/ \quad y \quad P - P_0 = -B\frac{\partial\xi}{\partial x}$$

A partir de las relaciones anteriores, obtened las funciones correspondientes a las ondas de desplazamiento y densidad que acompañan a la onda de presión y mostrar que las ondas de presión y de densidad están en fase, pero la onda de desplazamiento está desfasada en un cuarto de longitud de onda respecto a las otras. Representar gráficamente las tres ondas en función de x para un instante dado.

12. El diafragma de un altavoz de 30 cm de diámetro vibra con una frecuencia de 1 kHz y una amplitud de 0,020 mm. Determinad: a) La amplitud de la onda de presión justo delante del altavoz y la intensidad sonora en esa posición. b) La potencia acústica irradiada. d) La intensidad a 5 m del altavoz. (Suponed que el sonido se irradia uniformemente en una semiesfera y que las condiciones ambientales son: P_0= 1.013 x10^5 N.m^{-2}, ρ_{aire}=1,2 kg.m^{-3} y v_s=343 m.s^{-1})

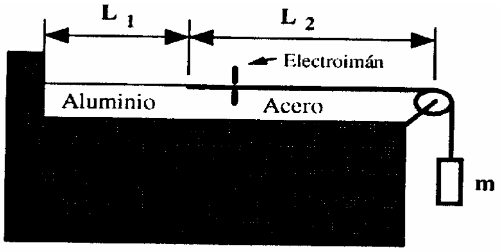
13. Las perturbaciones en la superficie del agua se propagan como ondas en un medio no dispersivo si la longitud de onda es mucho mayor que la profundidad, h. (a) La velocidad de propagación está dada por una de las siguientes fórmulas: 1) $v = \sqrt{g/h}$ 2) $v = \omega h$ 3) $v = \sqrt{gh}$ siendo ω la frecuencia angular y g la aceleración de la gravedad. Indicad cuál es la correcta explicando claramente por qué las otras no lo son.



Los tsunamis son olas de gran longitud de onda producidas cuando, debido a un terremoto submarino, el fondo del mar sufre una sacudida vertical. Un terremoto en el centro del océano Pacífico produce un tren de ondas de longitud de onda 100 km y amplitud 3 m en una región donde la profundidad es de 8000 m (ver figura). (b) Calcular el tiempo que tardará el tsunami en llegar a la costa de California si hay una distancia de 5000 km y se supone que la profundidad varía linealmente desde los 8000 m hasta 20 m junto a la costa. Calcular la longitud de onda que tendrá entonces. (c) Usando argumentos basados en la energía transportada por las ondas, calcular la amplitud que alcanzará al llegar a la costa suponiendo que no hay disipación de energía durante el trayecto y que la onda producida es una onda plana.

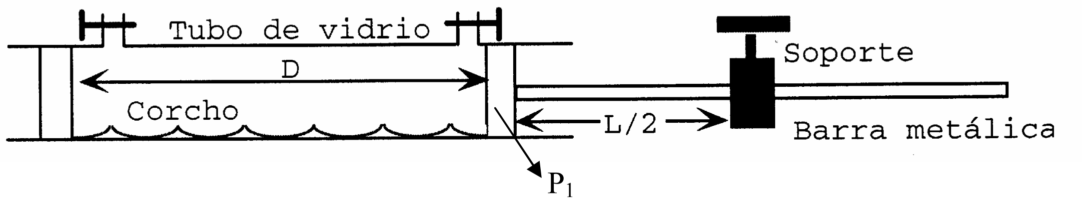
14. Dos fuentes de ondas sonoras sincronizadas emiten ondas de igual intensidad a una frecuencia de 680 Hz. Las fuentes están separadas 0,75 m. La velocidad del sonido es 340 m.s^{-1}. Hallar las posiciones de intensidad mínima: (a) Sobre la línea que pasa por las fuentes. (b) En el plano perpendicular bisector de la línea que une las fuentes. (c) ¿Es nula la intensidad para alguno de los mínimos correspondientes a los apartados anteriores?

15. Un alambre de aluminio de longitud L_1 = 60 cm y sección transversal 10^{-2} cm^2 se une a un alambre de acero de la misma sección. El alambre compuesto, cargado con un bloque de masa 10 kg, se pone como muestra la figura, de manera que la distancia L_2 de la unión a la polea que los sostiene sea de 86,6 cm. Mediante un electroimán conectado a una fuente de corriente alterna, se hace oscilar el alambre de acero en algún punto de su longitud. Este pulso se propaga hacia la polea y hacia el alambre de aluminio, transmitiéndose la oscilación a éste. Tras reflejarse el pulso en la pared, y en la polea (puntos de amplitud de oscilación nula) se producen ondas estacionarias transversales en el alambre. Sea y_1 el desplazamiento transversal dado por la onda en el alambre de aluminio e y_2 el desplazamiento en el alambre de acero.



(a)¿Cómo deben ser y_1 e y_2 en el punto de unión?, ¿Cómo deben ser las velocidades de desplazamiento transversal $\partial y_1/\partial t$ y $\partial y_2/\partial t$? (b) Si el electroimán fuerza al alambre de acero a vibrar con una frecuencia ω_2, ¿cuál debe ser es valor de la frecuencia en el alambre de aluminio? ¿Por qué? ¿Cuánto vale la longitud de onda en ambos trozos de alambre? (c) Encontrad la mínima frecuencia de excitación para la cual se observan ondas estacionarias de manera que la unión de los alambres sea un nodo (d) ¿Cuál es el número total de nodos que se observan en esta frecuencia, excluyendo los del principio y final del alambre? (La densidad del aluminio es 2,6 g.cm^{-3} y la del acero 7,8 g.cm^{-3})

16. E1 montaje de la figura se denomina Tubo de Kundt y se utiliza para medir la velocidad del sonido en los metales (v_M). Consta de una barra metálica y un tubo de vidrio lleno de aire, cuyo suelo está cubierto de virutillas de corcho. El experimento consiste en forzar vibraciones longitudinales en la barra metálica, que se transmitirán a través de la "pared" flexible P_1 al aire contenido en el tubo. El montaje permite variar D, ajustándola hasta que la columna de gas "resuene". En esas circunstancias, se forma en las virutas del corcho un patrón (se acumulan el corcho donde la amplitud de la vibración es cero). La distancia entre nodos nos permite determinar la longitud de onda (λ). Suponed que la vibración de la barra corresponde al primer modo (n_M = 1). Obtened la expresión que relaciona v_M con L, λ y la velocidad del sonido en el aire v_a, considerando las condiciones de contorno de este sistema: la barra, dos extremos libres y el centro fijo y el tubo de vidrio, un extremo cerrado y el otro "abierto" (P_1)



17. Suponed un recinto ortoédrico de longitud L= 8 m, anchura a= 5 m y altura h= 3 m. El suelo es de terrazo y las paredes y techo están guarnecidas de yeso. En una de las paredes hay tres ventanas de superficie total 5 m^2. El acceso al recinto es mediante una puerta de contrachapado de madera de superficie 3 m^2. Usando los valores de los coeficientes de absorción para 500 Hz, ¿cuál es el tiempo de reverberación?

SOLUCIÓN PROBLEMAS PROPAGACIÓN DE ONDAS

1. $\xi(x,t) = 0.50\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{50} - \frac{t}{10}\right)\right] \quad (SI)$

2. u_y= 0,48 m/s

3. a) ν_1 = 298.8 Hz $\quad$ $\nu_2 = 2\,\nu_1$ $\quad$ $\nu_3 = 3\,\nu_1$

b) λ_1 = 2 m $\quad$ λ_2 = 1 m $\quad$ λ_3 = 0,66 m

c) 

d) $\xi_n = 2\,\xi_0\,\mathrm{sen}(n\pi x)\cos(n\pi v t)$

4.

5. a) Semiabierto $\quad$ b) ν_1 = 262 Hz $\quad$ c) L = 0.32 m

6. a) Δl = 1,25 mm $\quad$ b) $\Delta l/2$ = 0,625 mm $\quad$ c) v_T = 200 m/s y v_L = 5064 m/s

7. ν = 2109.5 Hz

8. Son ondas: i) v = A $\quad$ iii) v= B/A $\quad$ iv) v = B/A $\quad$ v) v = A/B

9. Solución en el propio enunciado.

10. a) T = 6.9 s (la cuerda se comporta como un muelle por debajo de la posición de equilibrio)

b) Y = 2.2 x 10^8 Pa $\quad$ c) λ_i = 19.5 m, $\quad$ λ_f = 20.9 m $\quad$ d) 0.824 s

11. b) $\rho - \rho_0 = (\rho_0 A/B)\cos[2\pi(x/\lambda - t/T)]$ y $\xi(x,t) = (A\lambda/2\pi k)\cos[2\pi(x/\lambda - t/T) + \pi/2]$

12. a) A= 52,0 N/m^2; I= 3,25 W/m^2 b) P=0,230 W $\quad$ c) I= 1,46 x 10^{-3} W/m^2

13. $v = \sqrt{gh}$ $\quad$ b) 9 h y 30 min $\quad$ c) 13,4 m

14. a) Sobre la línea entre las fuentes, a una distancia y= 0, 25, 50 y 75 cm respecto a cualquiera de ellas. $\quad$ b) Son todos máximos. $\quad$ c) No.

15. a) $y_1 = y_2$ $\quad$ b) $\nu_{Al} = \nu_{Ac} = \omega_2 / 2\pi$; $\quad$ $\lambda_{Al} = v_{Al} / \omega_2$; $\quad$ $\lambda_{Ac} = v_{Ac} / \omega_2$

c) ν = 323 Hz $\quad$ d) 8

16. $\nu_M = 2L\,v_a / \lambda_n$

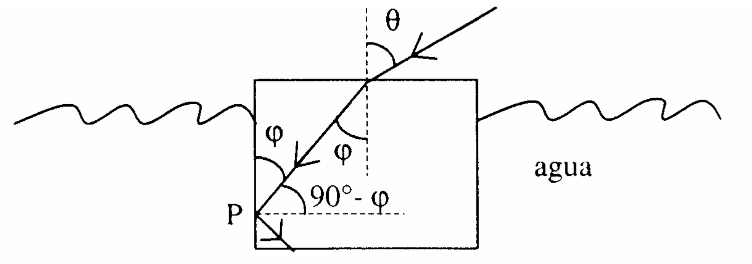
ÓPTICA

1) Demostrad que si un rayo de luz atraviesa varios medios separados por superficies planas y paralelas, la dirección del rayo emergente depende sólo de la dirección del rayo incidente y de los índices de refracción de los medios primero y último.

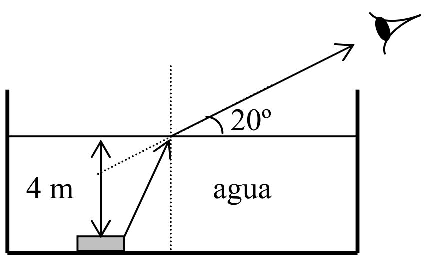
2) Un rayo de luz incide sobre un bloque de vidrio rectangular (n = 1,5), que está sumergido en agua (n = 1,33).

a) Hallad el ángulo θ para el que se produce la reflexión total en el punto P.

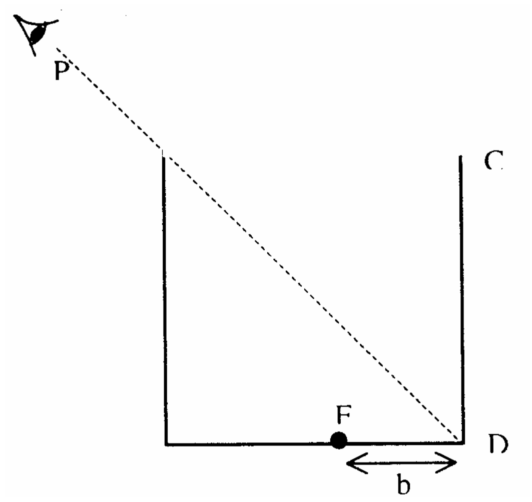
b) ¿Se verificaría la reflexión total en el punto P para el θ hallado si se eliminase el agua?



3) Una moneda está en el fondo de una piscina de 4 m de profundidad. Un haz de luz reflejado en la moneda emerge de la piscina formando un ángulo de 20º respecto de la superficie del agua y entra en el ojo de un observador. ¿Cuál es la profundidad aparente de la piscina para este observador?



4) Un recipiente cúbico opaco está situado de forma tal que el observador en P no puede ver el fondo pero puede ver toda la pared CD. ¿Cuánta agua tendríamos que verter para que el observador pudiera ver un objeto F colocado en el fondo a una distancia b = 10 cm de D? Datos: CD = 40 cm y n = 1,33



5) Las paredes de una habitación están fabricadas con hormigón (de densidad ρ=1,5 g.cm^{-3} y módulo de Young Y= 5,0 x 10^{9} N.m^{-2}).

a) Encontrad el ángulo crítico para el sonido en la frontera hormigón/aire.

b) Discutid la afirmación: una pared de hormigón es un "espejo" muy eficiente para el sonido.

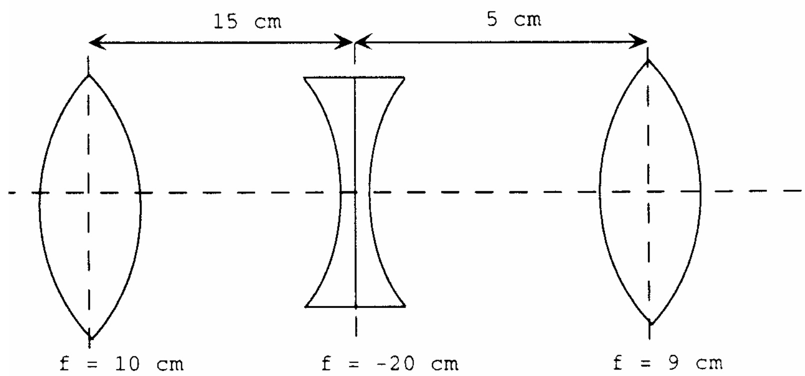
6) Un paleontólogo encuentra un fragmento de ámbar de forma esférica y 3 cm de diámetro, en cuyo interior quedó atrapado un mosquito. Cuando el paleontólogo mira en la dirección de la línea que une el centro de la esfera con el mosquito, observa la imagen de éste a 1 cm del centro de la esfera (hacia él). Si el índice de refracción del ámbar es n=1,55, determinad la posición del mosquito respecto al centro de la esfera.

7) Se tiene un sistema óptico formado por una lente delgada plano-convexa de n = 1,8 y otra bicóncava de n = 1,4, separadas 130 cm. Si se tiene un objeto de 10 cm de alto, determinad (suponiendo aproximación paraxial):

a) Posición y tamaño de la imagen si el objeto se coloca 90 cm delante de la lente plano-convexa.
b) Lo mismo, si el objeto se coloca 90 cm delante de la lente bicóncava.

(Los radios de todas las superficies esféricas son de 5 cm)

8) Sobre el sistema de lentes delgadas indicado en la figura incide desde la izquierda un haz de rayos paralelos al eje. Determinad el punto de convergencia de este haz tras atravesar el sistema.



9) Un sistema óptico está formado por una lente delgada convergente de distancia focal f y una lente delgada divergente de distancia focal –f, colocada a una distancia de 2f de la primera. Determinad la posición de los focos del sistema analíticamente en función de f y mediante un trazado de rayos.

10) Un haz de luz monocromática de λ = 6000 Å incide sobre una lámina plano paralela y transparente, de espesor d = 2000 Å e índice de refracción n = 1,733. La luz se transmite parcialmente y hay un fenómeno de reflexión múltiple en el interior de la película. Determinad el valor del ángulo de incidencia θ para el que se obtiene el primer máximo de intensidad del haz transmitido.

11) Un haz de luz monocromático de λ=500 nm incide sobre una lámina de índice n = 2 formando un ángulo Θ con la normal. Se obtienen dos máximos de interferencia consecutivos en la luz transmitida para Θ = 41,2° y Θ = 48,25°. Calculad el espesor de la lámina y el orden de los máximos.

12) Un observador sentado en un coche en reposo ve a un corredor por un retrovisor lateral que es un espejo convexo con radio de curvatura de 2 cm. El corredor está a 5 m del espejo y se está acercando a 3,5 $m.s^{-1}$, ¿con qué velocidad parece estar corriendo cuando se le observa en el espejo?

13) Un haz de luz no polarizada pasa a través de dos láminas de polaroide. El eje de la primera es vertical y el de la segunda forma un ángulo de 30º con la vertical. ¿Cuál es la fracción transmitida de la luz incidente?

14) Una haz de luz polarizada plana incide sobre un polarizador con la dirección de **E** paralela al eje de transmisión del polarizador. ¿Qué ángulo debe girar el disco para que la intensidad del rayo transmitido se vea reducida en un factor de a) 3; b) 5; c) 10?

15) En un experimento de la doble rendija de Young se iluminan simultáneamente las rendijas, separadas una distancia d, con luz de dos longitudes de onda λ_1 y λ_2. Encontrar las posiciones de los máximos y mínimos para cada λ en una pantalla a una distancia D de las rendijas. ¿Cuál es la relación que debe existir entre λ_1 y λ_2 para que la posición del primer máximo de interferencia no central esté suficientemente separado para las dos λ?. (Tomad como criterio que el primer máximo no central de λ_1 coincida con el primer mínimo de λ_2). Encontrad la posición e intensidad de las franjas de interferencia producidas en la pantalla.

16) Los faros delanteros de un automóvil que se acerca están a 1,3 m uno de otro. La longitud de onda media emitida es de 5500 Å y el diámetro de la pupila del ojo de 5 mm. ¿A qué distancia máxima se podrían ver los dos faros como fuentes separadas si la agudeza visual estuviera determinada sólo por la difracción en la pupila (que puede considerarse como una abertura circular)?

17) El tercer mínimo del patrón de difracción de una rendija se encuentra a una distancia d = 3 mm del máximo central para una longitud de onda λ = 4000 Å. Para una longitud diferente λ_0 el segundo mínimo se encuentra en el mismo punto de la pantalla. La pantalla está situada en el plano focal de una lente de distancia focal f = 1,5 m, ¿cuál es el valor de λ_0? y ¿cuál es la anchura de la rendija?

SOLUCIÓN PROBLEMAS ÓPTICA

2) a) $\theta = 43{,}92$ b) No

3) h = 1,453 m

4) h = 26,86 cm (altura del agua)

5) θ_c=10,73º

6) d= 0,845 cm

7) a) s′ = 5,95 cm (delante de la lente bicóncava)

b) s′ = - 6,55 cm (detrás de la lente planoconvexa)

8) ∞. El haz sale paralelo.

9) f_T'= f/2 (delante de la lente divergente) y f_T= 3f/2 (delante de la convergente)

10) θ_{dentro} = 30º

11) d = 7,3 μm; N = 54 y 55

12) v = 0,0014 cm/s

13) $I_t=3I_0/8$

14) a) 54,73º ; b)63,43º ; c)71,56º

15) $x_{1,2} = nD\,\lambda_{1,2} / d$ $\lambda_1 = \lambda_2 / 2$

16) L = 9,7 km

17) λ_0 = 6000 Å a = 0.6 mm