



Escuela de
Ingeniería y Arquitectura
Universidad Zaragoza

PROBLEMAS DE FÍSICA 1

1^{er} curso del Grado en Estudios de
ARQUITECTURA

Curso 2013-2014

Departamento de Física de la Materia Condensada

INTRODUCCIÓN

1. La longitud de un rectángulo se da como $l \pm \Delta l$ y su anchura como $a \pm \Delta a$. Obtend la expresión de la incertidumbre o error en el área del rectángulo, si Δl y Δa son muy pequeñas.
2. Un disco tiene un diámetro de 12,7 cm y un grosor de 1,452 mm. Calculad su volumen, dando el resultado con el número adecuado de cifras significativas.
3. Un atleta corre 2 km en 5 minutos y luego tarda 10 minutos en volver andando a su punto de partida.
 - a. ¿Cuál es su velocidad media durante los primeros 5 minutos?
 - b. ¿Cuál es su velocidad media durante el tiempo que camina?
 - c. ¿Cuál es el valor promedio del módulo de la velocidad para todo el recorrido?
4. Un cuerpo se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo con la ley $x=At-Bt^2$. Los valores de A y B son 16 y 6 respectivamente (en unidades del SI)
 - a. ¿Cuáles son las unidades de A y B?
 - b. Hallad la posición del cuerpo en $t=1$ s. ¿Cuándo pasará por el origen?
 - c. Calculad la velocidad media en el intervalo $0 < t < 2$ s y la expresión general de la velocidad media en el intervalo $t_0 < t < (t_0 + \Delta t)$
 - d. ¿Cuáles son su velocidad v y su aceleración a instantáneas en cualquier instante de tiempo?
 - e. Representad gráficamente x , v y a frente a t .
5. Una partícula se mueve en el plano XY con aceleración constante. Para $t = 0$ s, la partícula se encuentra en reposo en el punto $x = 4$ m, $y = 3$ m. La aceleración viene dada por el vector $\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$ ms⁻².
 - a. Determinar el vector velocidad para $t = 2$ s.
 - b. Determinar el vector posición para $t = 4$ s, indicando su módulo y dirección.

6. Se deja caer un cuerpo al mismo tiempo que otro es lanzado hacia abajo con una velocidad inicial de $1,2 \text{ ms}^{-1}$. ¿Cuánto tiempo habrá transcurrido cuando la distancia entre ambos sea de 18 m?

7. Una partícula se mueve con una velocidad $\mathbf{v}=3,0\hat{j} \text{ ms}^{-1}$. En un momento dado se le aplica una fuerza que le comunica una aceleración $\mathbf{a}=0,10\hat{i} \text{ ms}^{-2}$. La fuerza actúa durante 40 s y luego se suprime. Determinad:

- La velocidad final de la partícula
- La ecuación de su trayectoria

8. Una partícula se mueve en un círculo de radio $R=2 \text{ m}$ de acuerdo con la ley $\theta=3t^2+2t$ donde θ está expresado en radianes y t en segundos. Calculad:

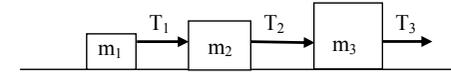
- La velocidad angular y la aceleración angular después de 4s.
- La aceleración centrípeta en función del tiempo.

9. Un cuerpo inicialmente en reposo es acelerado con $\alpha=120t^2-48t+16$ en una trayectoria circular de 1,3 m de radio. Hallad:

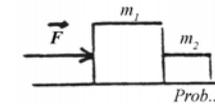
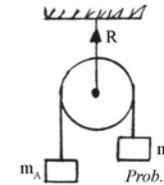
- La posición y la velocidad angular en función del tiempo.
- Las componentes tangencial y normal de su aceleración.

DINÁMICA DE UNA PARTÍCULA

1 Tres bloques están unidos entre sí como se muestra en la figura sobre una mesa horizontal sin rozamiento y se tira de ellos hacia la derecha con una fuerza $T_3=60 \text{ N}$. Si $m_1=10 \text{ kg}$, $m_2=20 \text{ kg}$, y $m_3=30 \text{ kg}$, encondrad las tensiones T_1 y T_2 . Expresad el resultado en N y en kgf (kilogramo fuerza).



2 Determinad la aceleración de las masas, la tensión de la cuerda y la reacción sobre la polea en la máquina de Atwood. (Suponed que tanto la polea como la cuerda son de masa despreciable.)



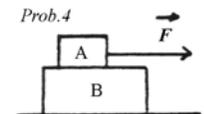
3 Dos bloques están en contacto en una mesa sin rozamiento. Se aplica una fuerza horizontal a uno de los bloques como se ve en la figura.

- Si $m_1=2.0 \text{ kg}$ y $m_2=1.0 \text{ kg}$ y $F=3.0\hat{i} \text{ N}$, encondrad la fuerza de contacto entre los dos bloques.

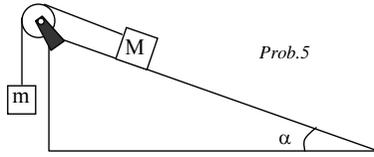
Ahora se aplica la misma fuerza F a m_2 en lugar de hacerlo a m_1 .

- Encondrad la fuerza de contacto en esta situación. Explicad el resultado.

4 El coeficiente de rozamiento entre el bloque A de la figura y el B es μ_1 y entre el B y el suelo horizontal μ_2 . ¿Qué relación debe existir entre los coeficientes μ_1 , μ_2 y F para que las aceleraciones de los bloques coincidan?

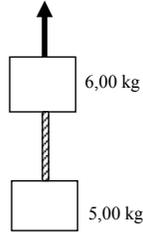


5 Calculad el cociente entre m y M , si el sistema de la figura está en equilibrio. ¿Cuál es el mínimo valor de μ que permite esta situación de equilibrio? (Suponed una polea ideal)

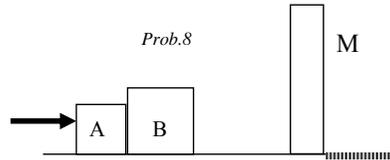
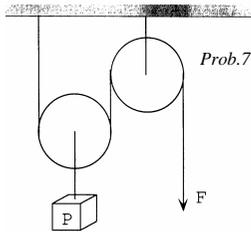


6 Los dos bloques de la figura están unidos por una cuerda gruesa de 4,0 kg. Se aplica una fuerza de 200 N hacia arriba.

- Dibujad los correspondientes diagramas de cuerpo libre para cada uno de los bloques y para la cuerda.
- ¿Qué aceleración tiene el sistema?
- ¿Qué tensión hay en la parte superior de la cuerda? ¿Y en su parte media?



7 Al eje de una polea móvil se sujeta una carga de peso P . ¿Con qué fuerza F es necesario tirar del extremo de la cuerda que pasa por una segunda polea para que la carga se mueva hacia arriba con aceleración a ? Considerad que las poleas son ideales.

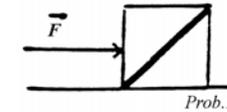


8 Dos bloques en contacto pueden deslizar sin rozamiento sobre una superficie horizontal. Se ejerce una fuerza constante F sobre A que induce un movimiento al conjunto de los dos bloques.

- La fuerza ejercida por el bloque A sobre B, ¿es igual a F ?

- La fuerza ejercida por el bloque A sobre B, ¿es igual a la ejercida por el B sobre el A?
- Después de chocar contra el muro M ambos bloques se inmovilizan en tanto que la fuerza F sigue actuando. Responded en esta situación a las cuestiones a) y b).
- Se elimina el muro M y los dos bloques comienzan a deslizar sobre una superficie rugosa, de forma que su velocidad es constante. Responded a a) y b).

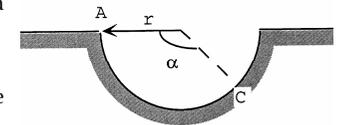
9 Un bloque de masa M , en forma de cubo, está situado sobre un suelo horizontal. Se divide el bloque en dos partes iguales, mediante un plano diagonal, como indica la figura. Calculad el valor de la fuerza F que hay que aplicar para que una de las partes no deslice sobre la otra. Para estas condiciones calcular también la aceleración del conjunto. No hay rozamiento con el suelo ni entre los semibloques.



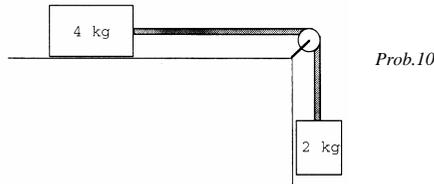
10 Un péndulo de masa m y longitud L se mueve lateralmente hasta que la cuerda forma un ángulo θ con la vertical y luego se deja caer libremente desde el reposo. ¿Cuál es la velocidad de m y la tensión de la cuerda en la parte inferior de la oscilación?

11 Una pequeña esfera de masa m se desliza sobre una superficie circular lisa, partiendo del reposo desde una posición A.

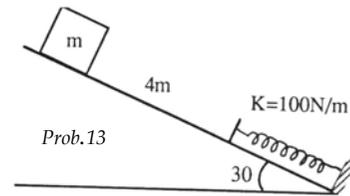
- Encontrad la velocidad angular de la esfera cuando pasa por la posición C.
- Hallad la fuerza ejercida por la superficie sobre la esfera en ese instante.



- 12 El coeficiente de rozamiento entre la mesa y el bloque de 4 kg la figura es $\mu=0,35$.
 (a) Determinad el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento cuando el bloque de 2 kg cae recorriendo una distancia y . (b) Calculad la energía mecánica total del sistema después de recorrer el bloque de 2 kg la distancia y , suponiendo que inicialmente $E = 0$ J. (c) Determinad la velocidad de los bloques cuando $y = 2$ m.

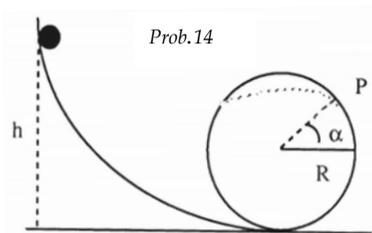


- 13 Un bloque de 2 kg se deja libre sobre un plano inclinado hacia abajo, sin rozamiento, a una distancia de 4 m de un muelle de constante $k=100$ N/m (ver la figura). El muelle está fijo a lo largo del plano inclinado que forma un ángulo de 30° .



- a) ¿Cuál es la compresión máxima del muelle?
 b) Si el plano inclinado no es liso y $\mu=0,2$, halla la compresión máxima.
 c) En este último caso, ¿hasta qué punto subirá la masa por el plano después de abandonar el muelle?

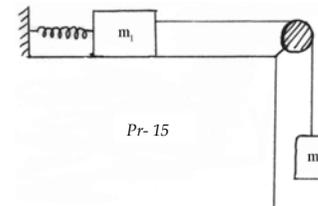
- 14 Un carril sobre el que desliza sin rozamiento una bolita hace un "rizo" tal y como se muestra en la figura. El radio del rizo es R y la masa de la bolita m . (Desprecia el radio r de la bola frente a R).



- a) Determinar la altura mínima h_0 desde la que tendrá que deslizar la bola para que "rice el rizo" sin despegarse de la pista.

- b) Si dejamos caer la bola desde una altura $h=3h_0/5$, todavía dará la vuelta completa, pero ahora se despegará del carril describiendo una trayectoria similar a la punteada en la figura. Determinar la posición (el ángulo) del punto P en el que se despega.
 c) Si soltamos la bola desde $h=3h_0/5$ podrá realizar una vuelta completa si le proporcionamos una velocidad inicial. Si esto lo hacemos mediante un golpe de martillo, ¿cuál será el impulso mínimo necesario?

- 15 Un bloque de 4 kg cuelga de una cuerda ligera que pasa por una polea y por el otro extremo está atada a un bloque de 6 kg que descansa sobre una mesa rugosa, siendo el coeficiente de rozamiento cinético $\mu_c=0,2$ (ver la figura). El bloque de 6 kg



- se empuja contra un muelle cuya constante de fuerza es $K=500$ N/m, comprimiéndolo 30 cm. En estas condiciones se deja el bloque en libertad. Determina la velocidad de los bloques cuando el de 4 kg ha caído 40 cm.

MOVIMIENTO OSCILATORIO

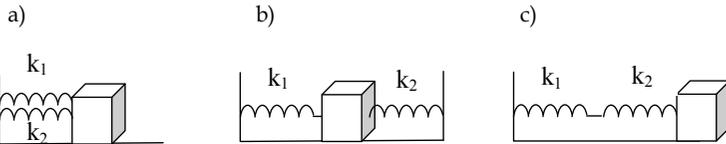
1 Una masa al extremo de un muelle oscila con una amplitud de 5 cm, y una frecuencia de 1 Hz. Para $t = 0$ s, la masa está en posición de equilibrio ($x = 0$ m). (a) Hallad las funciones posibles que describen la posición de la masa en función del tiempo, en forma de $x = A \cos(\omega t + \alpha)$. (b) ¿Cuáles son los valores de x , dx/dt y d^2x/dt^2 para $t = 0,3$ s?

2 Una partícula de masa m realiza un movimiento armónico simple que responde a la ecuación de movimiento $x = A \cos(\omega t + \alpha)$.

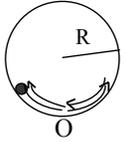
- ¿En qué instantes la distancia a la posición de equilibrio es $A/2$?
- ¿Cuál es la velocidad máxima y en qué instantes se alcanza dicha velocidad?
- ¿En qué puntos puede encontrarse la partícula cuando su velocidad es la tercera parte de la máxima? ¿Cuántas veces ocurre eso durante un periodo?
- ¿Cuál es el valor de la fuerza máxima que actúa sobre la partícula y en qué puntos se produce?

3 Un objeto se encuentra sobre una superficie horizontal que se mueve con un MAS de frecuencia $f = 2$ Hz. Si el coeficiente de rozamiento estático entre el objeto y el suelo es $\mu = 0,5$, ¿cuál es la máxima amplitud del movimiento para que el objeto no resbale en ningún instante?

4 Escribid la ecuación de movimiento del bloque de masa m unido a dos muelles de constantes k_1 y k_2 como indica la figura. En todos los casos se supone que en la posición de equilibrio los dos muelles están sin estirar y no hay rozamiento.



5 Una partícula de masa m realiza pequeñas oscilaciones, moviéndose sin rozamiento por la superficie interna de un recipiente esférico de radio R . Determina el periodo de las oscilaciones de la partícula en torno a la posición de equilibrio, O .



6 Un oscilador tiene un periodo de oscilación de 3 s. Su amplitud disminuye un 5% durante cada ciclo. (a) ¿Cuánto disminuye su energía en cada ciclo? (b) ¿Cuál es la constante de tiempo τ ? ¿Cuál es su factor Q ?

7 Se tiene una masa $m=100$ g unida a un muelle de constante $K=0,4$ N/m. En el instante inicial se aparta la masa 10 cm de su posición de equilibrio y se le comunica una velocidad $v(0) = +0,5$ ms⁻¹. a) ¿La masa describirá oscilaciones si está sometida a una fuerza de fricción viscosa de la forma $F_f = -0,4 v$? b) ¿Cuál será su posición al cabo de 1 s? ¿Y al cabo de 2 s? c) Responde a estas preguntas en el caso de que $F_f = -0,45 v$.

8 Se cuelga un objeto de masa $M = 0,2$ kg de un muelle cuya constante elástica es $K=80$ Nm⁻¹. El objeto está sumergido en un fluido viscoso que ejerce una fuerza $F_f = -bv$. (a) Plantead la ecuación diferencial del movimiento en el caso de oscilaciones libres del sistema. (b) Si la frecuencia con amortiguamiento es $\sqrt{3}/2$ de la frecuencia sin amortiguamiento, ¿cuál es el valor de la constante b ? (c) ¿Cuál es el valor del factor de calidad Q del sistema? ¿En qué factor se reducirá la amplitud de la oscilación al cabo de 10 ciclos completos?

9 Cuando se pulsa la nota "do" en el piano, su energía de oscilación disminuye a la mitad de su valor inicial aproximadamente en 1 s. Si la frecuencia de esa nota es 256 Hz, ¿cuál es la Q del sistema? Si la nota correspondiente a una octava más alta (512 Hz) emplea aproximadamente el mismo tiempo para perder la mitad de su energía, ¿cuál es el factor Q ? ¿Cómo está relacionado Q con la cantidad n de oscilaciones en las que la energía disminuye e veces?

10 Un bloque de masa $M = 0,5 \text{ kg}$ se encuentra sobre un plano horizontal con rozamiento dinámico $\mu = 0,1$ y unido a la pared mediante un muelle de constante elástica $k = 2,45 \text{ Nm}^{-1}$. En un instante se saca al sistema del equilibrio, estirando el muelle una distancia $x_0 = 3 \text{ cm}$ y soltando. Calculad el periodo de oscilación del bloque y el número de oscilaciones que realiza antes de pararse.

11 Una esfera de 3 kg alcanza en caída libre en un determinado medio una velocidad límite de 25 ms^{-1} . (Considérese despreciable el empuje) Si esa misma esfera en el mismo medio se une a un muelle de constante 400 Nm^{-1} y se hace oscilar con una amplitud inicial de 20 cm : (a) ¿Cuánto vale Q ? (b) ¿En qué momento la amplitud será 10 cm ? (c) ¿Cuánta energía se habrá perdido hasta ese momento?

12 Un oscilador amortiguado tiene una frecuencia ω que es un 10% menor que su frecuencia sin amortiguamiento ω_0 . (a) ¿En qué factor disminuye su amplitud en cada oscilación? (b) ¿En qué factor se reduce su energía durante cada oscilación?

13 Un objeto de 2 kg oscila sobre un muelle de constante $k = 400 \text{ N m}^{-1}$. La constante de fricción es $b = 2,0 \text{ kg s}^{-1}$. El objeto está impulsado por una fuerza armónica de valor máximo 10 N y frecuencia $\omega = 10 \text{ rad s}^{-1}$. (a) ¿Cuál es la amplitud de las oscilaciones? (b) ¿A qué frecuencia se producirá la resonancia? (c) ¿Cuál es la amplitud de las vibraciones en la resonancia? (d) ¿Cuál es la anchura $\Delta\omega$ de la curva de resonancia de potencia?

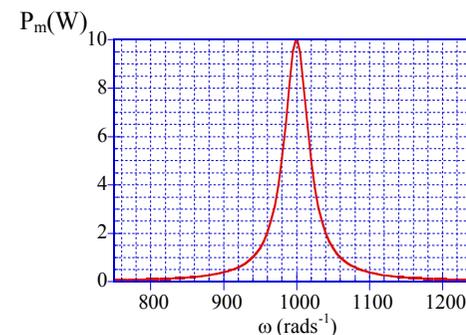
14 Un oscilador amortiguado pierde el 2% de su energía durante cada ciclo. (a) ¿Cuántos ciclos han de transcurrir antes de que se disipe la mitad de su energía? (b) ¿Cuál es el factor de calidad Q ? (c) Si la frecuencia natural del oscilador es de 100 Hz , ¿cuál es la curva de resonancia cuando el oscilador se ve impulsado exteriormente de forma armónica?

15 Un objeto de masa $0,2 \text{ kg}$ se cuelga de un muelle cuya constante $K=80 \text{ Nm}^{-1}$. El cuerpo se somete a una fuerza de fricción $F_f=-bv$, siendo v su velocidad y $b = 4 \text{ Nsm}^{-1}$.

(a) Plantead la ecuación diferencial del movimiento en el caso de oscilaciones libres del sistema y hallad el periodo dichas oscilaciones.

(b) Si se somete al cuerpo a una fuerza impulsora $F(t)=F_0 \cos(\omega t)$, siendo $F_0 = 2 \text{ N}$ y $\omega = 30 \text{ rad s}^{-1}$, ¿cuál es la amplitud y el desfase de la oscilación forzada en el estado estacionario? (c) ¿cuánta energía se disipa contra la fuerza resistente en un ciclo? y (d) ¿cuál es la potencia media de entrada?

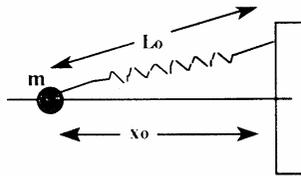
16 La figura muestra la curva de resonancia de la potencia media absorbida de un sistema mecánico cuando se ve accionado por una fuerza $F(t)=F_0 \cos(\omega t)$, siendo F_0 una constante y ω variable. (a) ¿Cuáles son los valores de ω_0 y Q para este sistema? (b) Si se suprime la fuerza impulsora, ¿después de cuántos ciclos de oscilación libre ha descendido la energía del sistema a $1/e^5$ de su valor inicial?



17 Un objeto de masa 2 kg cuelga de un muelle de masa despreciable. El muelle se alarga $2,5 \text{ cm}$ cuando se deja suelto el objeto. El extremo superior del muelle se hace oscilar hacia arriba y hacia abajo con un MAS de amplitud 1 mm . Si la Q del sistema es 15 : (a) ¿Cuál es la ω del sistema? (b) ¿Cuál es la amplitud de la oscilación forzada para $\omega = \omega_0$?

18 Una masa m está sujeta a una fuerza de fricción $-bv$ pero no a una fuerza recuperadora tipo muelle. (a) Mostrar que su desplazamiento en función del tiempo es de la forma $x(t) = C - (v_0 / \gamma)e^{-\gamma t}$ donde $\gamma = b/m$. (b) A $t = 0$ s la masa está en reposo. En ese instante una fuerza $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$, comienza a actuar. Encontrad los valores de A y δ de la solución estacionaria $x(t) = A \cos(\omega t - \delta)$. (c) Escribid la solución general del movimiento y obtened los valores de C y v_0 de las condiciones $x = 0$ m y $dx/dt = 0$ ms⁻¹ para $t = 0$ s.

19 Una bola de masa m esta insertada en una varilla fija a la pared a lo largo de la cual puede moverse sin rozamiento. Además está unida a la pared mediante un muelle de constante k y longitud natural l_0 . La figura representa la posición de equilibrio. Determinar la frecuencia para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio. Ayuda: Escribid la energía potencial y la cinética cuando la partícula no está en equilibrio en función de $(x - x_0)$ y usar la teoría de las pequeñas oscilaciones armónicas.

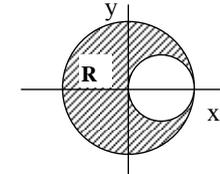
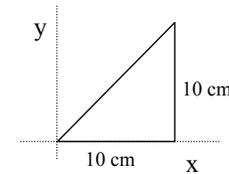


SISTEMAS DE PARTÍCULAS

1 Un alambre en forma de semicircunferencia de radio R tiene una masa M distribuida uniformemente. Calcula la posición de su centro de masas respecto al centro de la circunferencia.

2 Determina la posición del centro de masas de:

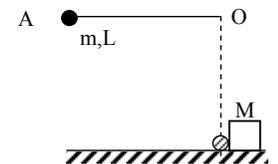
- El triángulo rectángulo de la figura.
- La figura plana del dibujo, en la que se ha recortado un círculo de radio $R/2$ de un círculo de radio R .
- Una semiesfera maciza de radio R y densidad de masa uniforme, ρ .



3 Un bloque de 4 kg que se mueve hacia la derecha con $v_1 = 6$ m/s realiza un choque elástico con un bloque de 2 kg que también se mueve hacia la derecha con $v_2 = 3$ m/s. Calculad las velocidades finales de los dos bloques.

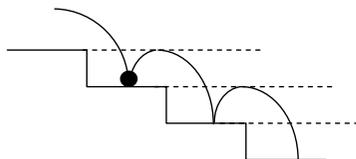
4 Una pelota de masa m está unida a una cuerda de longitud L que puede girar alrededor de O . La pelota se abandona en el punto A , desciende y efectúa un choque parcialmente elástico (coeficiente de restitución e) contra un bloque de masa M . Calculad:

- Velocidad de la pelota justo antes del choque.
- Velocidad de la pelota después del choque.
- Velocidad adquirida por el bloque.
- Ángulo al que llega la pelota tras el choque.



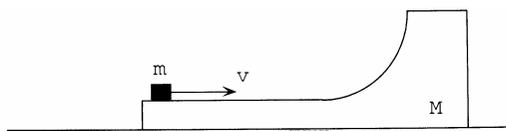
5 Una pelota de masa $m=100$ g rebota en una sucesión de peldaños alcanzando cada vez una altura según se ve en la figura.

- Hallad el coeficiente de restitución, e .
- Si la altura de cada peldaño es de 25 cm, ¿cuál es la máxima energía cinética de la pelota?



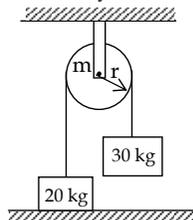
6 Según normas del tenis, una pelota es aceptable para un torneo si cuando se lanza desde una altura $h=254$ cm llega, tras rebotar en el suelo, a una altura h' comprendida entre 173 cm y 183 cm. ¿Cuáles son los valores posibles para el coeficiente de restitución e del sistema Tierra-pelota?

7 Una partícula de masa m se deposita a velocidad v sobre el bloque de masa M de la figura que reposa sobre un plano horizontal sin rozamiento. ¿A qué altura asciende la partícula sobre el bloque si no existe rozamiento entre ambos?

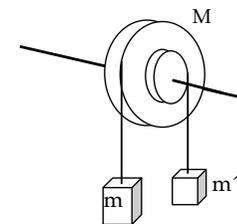


8 El sistema de la figura se deja libre desde el reposo. El cuerpo de 30 kg se encuentra a 2m del suelo. La polea es un disco uniforme de 10 cm de radio y de 5 kg de masa y la cuerda no desliza sobre la polea. Calculad:

- La velocidad del cuerpo de 30 kg antes de tocar el suelo.
- La velocidad angular de la polea en ese instante.
- Las tensiones de las cuerdas.
- El tiempo que le cuesta llegar al suelo al cuerpo de 30 kg.



9 El sistema de la figura consiste en dos poleas de distintos radios, R y r , que giran solidariamente en torno a un eje que pasa por sus centros. ($m= 600$ g, $m'= 500$ g, $M = 800$ g, $R= 8$ cm $r= 6$ cm. Considerad que la polea pequeña no tiene masa)



- Determinad la aceleración angular de la polea y la aceleración lineal de m y m' .
- Calculad la tensión de cada cuerda.

10 Un cilindro sólido de radio a y masa M rueda sin deslizar por un plano inclinado un ángulo α y de longitud L .

- Calculad la aceleración de su centro de masas.
- ¿Cuál es el valor mínimo del coeficiente de rozamiento para que el cilindro no resbale?
- Calculad la velocidad con que llega abajo (rodando) y compararla con la que tendría si deslizase.

11 Un jugador de bolos lanza una bola de masa M y radio R con velocidad inicial v_0 y con un efecto que consiste en una rotación de velocidad angular ω_0 en sentido contrario al de la rotación natural de la bola avanzando. Si el coeficiente de rozamiento de la bola con la pista es μ , determinad:

- Tiempo que transcurre hasta que la bola comienza a rodar sin deslizar.
- Espacio recorrido por la bola hasta ese momento.

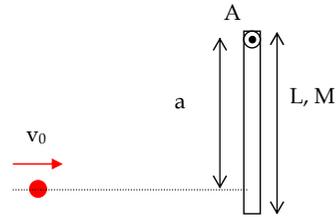
12 Una varilla de longitud L y masa M puede girar libremente alrededor de A . Una bala de masa m y velocidad v_0 golpea la varilla a una distancia a del punto A y se incrusta en ella.

a) Encontrad el momento angular del sistema con respecto al punto A inmediatamente antes y después de que la bala choque con la varilla.

b) Determinad el momento lineal del sistema inmediatamente antes y después de la colisión.

c) ¿Bajo qué circunstancias se conserva el momento lineal?

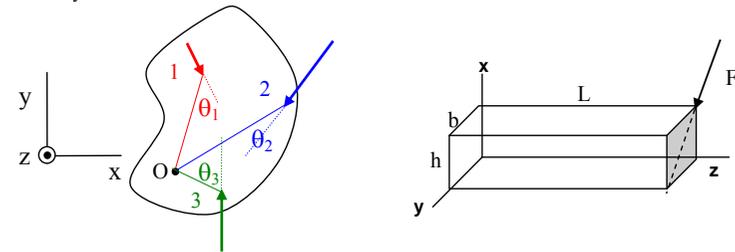
13 Tomando como punto de partida el problema anterior y suponiendo que la varilla tiene $M=1$ kg y $L=0,5$ m y que la bala tiene $m=50$ g y $v_0=50$ ms⁻¹, determinad cuál es el máximo ángulo que la varilla formará con la vertical si la bala impacta en el CM de la varilla.



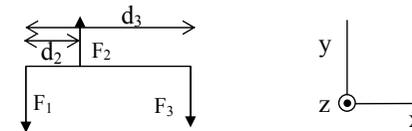
ESTÁTICA

1 Dado el sistema de fuerzas coplarias de la figura (en el plano XOY) F_1 , F_2 y F_3 aplicadas al cuerpo rígido de la figura, determinad el momento total de las fuerzas respecto al punto O. $F_1=1000$ N, $F_2=3000$ N, $F_3=2000$ N. $OP_1=4$ m, $OP_2=5$ m, $OP_3=2$ m. $\theta_1=45^\circ$, $\theta_2=30^\circ$, $\theta_3=60^\circ$.

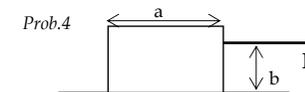
2 La fuerza F (paralela al plano XOY) actúa sobre el bloque prismático de la figura. Calcular el momento de F respecto al origen. Datos: $F=5000$ N, $b=0,30$ m, $h=0,40$ m y $L=2^{\frac{1}{2}}$ m



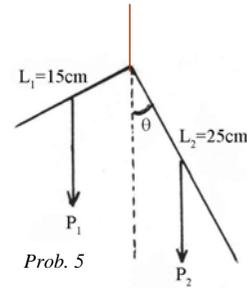
3 Determinad analíticamente la resultante del sistema de fuerzas coplarias paralelas de la figura. Datos: $F_1=2000$ kg, $F_2=1000$ kg, $F_3=1500$ kg, $d_2=1,0$ m, $d_3=3,0$ m.



4 Se tira de un bloque homogéneo de longitud a y masa m apoyado sobre una superficie horizontal con una fuerza paralela al suelo y aplicada a una altura b sobre él. Relaciona el valor de F con su punto de aplicación (b) para que el bloque permanezca en equilibrio.

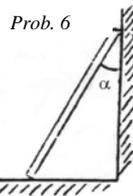


5 Una varilla uniforme de hierro de 40 cm de longitud se dobla en ángulo recto obteniéndose un perfil en forma de L de 15x25 cm. Si el perfil se suspende tal como se indica en la figura, hallad el ángulo θ que formará con la vertical el lado que mide 25 cm cuando el sistema se encuentre en equilibrio.



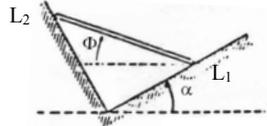
Prob. 5

6 Una varilla de longitud L y masa m , está apoyada en el suelo y en una pared vertical. Si el equilibrio se consigue para un ángulo α con la vertical y se sabe que entre la varilla y la pared vertical no hay rozamiento, ¿cuál es el módulo y dirección de la reacción en los puntos de apoyo?

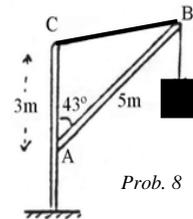


Prob. 6

7 Una varilla de masa M y longitud L está colocada sobre un ángulo recto liso como se muestra en la figura. Determinar la posición de equilibrio ϕ y las fuerzas de ligadura L_1 y L_2 , en función del ángulo α .



Prob. 7

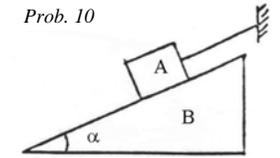


Prob. 8

8 En la figura se representa el esquema de una grúa que soporta un peso de 900 N. El mástil AC tiene una longitud de 3 m. La barra AB, sujeta con el cable CB y con una articulación en A, tiene 5 m de longitud. Suponiendo que el peso de AB es despreciable, calcular la tensión T en el cable y la reacción en A.

9 Una esfera cuyo peso es de 50 N descansa sobre dos planos lisos, inclinados respectivamente con respecto a la horizontal ángulos de 30° y 45° . Calculad las fuerzas que ejercen los dos planos sobre la esfera.

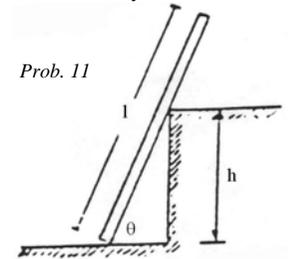
10 Un bloque A de peso P_A , está sujeto a la pared con una cuerda sin masa y que es paralela al plano inclinado B, que tiene un peso P_B . Entre A y B no hay rozamiento. ¿Cuál debe ser el mínimo valor del coeficiente de rozamiento entre B y el suelo para que éste no deslice? Si reducimos este coeficiente a la mitad ¿cuál será la aceleración de B?



Prob. 10

11 Un tablón de 445 N, de longitud $l=6.1$ m, descansa sobre el suelo y sobre un rodillo sin rozamiento en la parte superior de una pared de altura $h=3,05$ m. El centro de gravedad del tablón se encuentra en su centro. El tablón permanece en equilibrio para cualquier valor de $\theta \geq 70^\circ$, pero resbala si $\theta < 70^\circ$.

- Dibujad las fuerzas que actúan sobre el tablón.
- Obtened el coeficiente de rozamiento entre el tablón y el suelo.



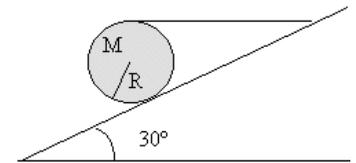
Prob. 11

12 Una esfera maciza de radio $R = 20$ cm y masa $M = 3$ kg está en reposo sobre un plano inclinado de ángulo $\theta=30^\circ$, sostenida por una cuerda horizontal tal como muestra la figura. Calculad:

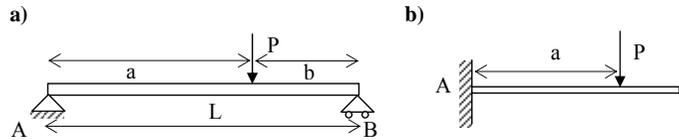
- La tensión de la cuerda y la fuerza normal del plano sobre el cuerpo.
- La fuerza de rozamiento que actúa sobre la esfera.

Si se corta la cuerda y la esfera desciende rodando por el plano inclinado:

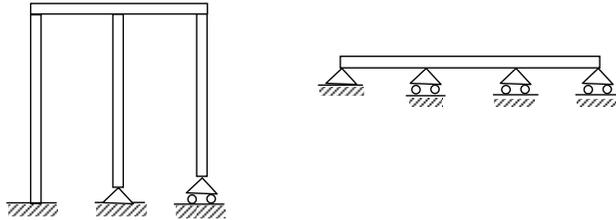
- ¿Con qué velocidad llega abajo, tras recorrer 1 metro sobre el plano?
- ¿Existe algún requisito para que la esfera pueda bajar rodando?



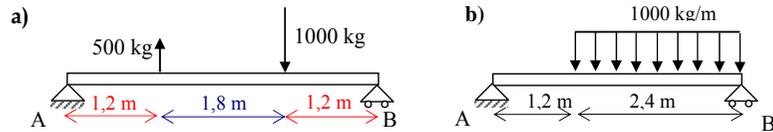
13 Calculad las reacciones en los puntos de apoyo A y B de la viga de la figura a) y la reacción sobre la ménsula de la figura b) en el punto A.



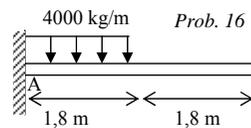
14 Determinad el grado de hiperestaticidad externa de los sistemas de la figura.



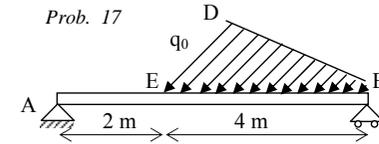
15 Calculad analíticamente las reacciones en los apoyos de las vigas representadas en las figuras a y b.



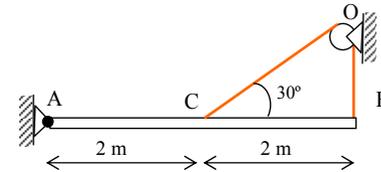
16 Calculad la reacción en la viga de la figura en el empotramiento en A.



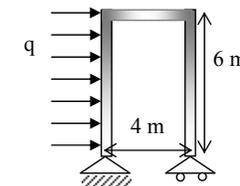
17 Determinad las fuerzas en los puntos de apoyo de la viga, que está sometida a un diagrama de cargas distribuidas inclinadas como indica la figura. $q_0 = 2000 \text{ kg/m}$, ángulo $D\hat{E}B = 45^\circ$. Determinad las fuerzas y momentos de reacción internos a 2 m de B.



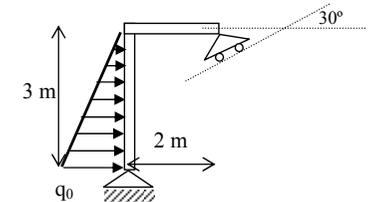
18 La viga AB está articulada en A y sujeta en B y C mediante un cable inextensible que pasa por la polea O. Si el peso de la viga es igual a 4000 kg, hallad las reacciones de la articulación y del cable.



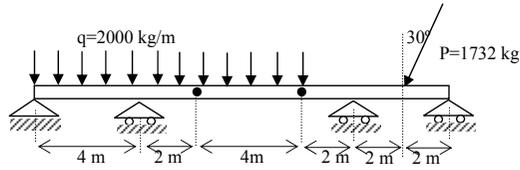
19 Determinad las reacciones de los apoyos de la estructura de la figura. Datos: peso de la estructura $P = 2000 \text{ kg}$, $q = 1200 \text{ kg/m}$



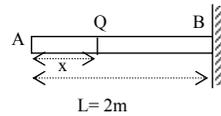
20 Determinad las reacciones de los apoyos de la estructura continua representada. Dato: $q_0 = 6000 \text{ kg/m}$



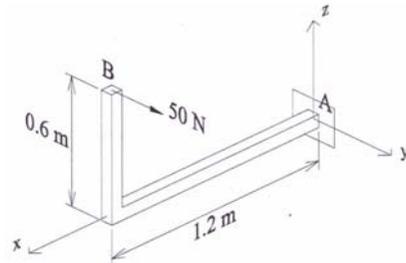
21 Hallad las reacciones de los apoyos de la viga representada en la figura.



22 Una viga en voladizo, empotrada en B, tiene una longitud de 2m y un peso propio de 500 N/m. Hallad las reacciones en B. Haced los diagramas de fuerzas de los trozos AQ y QB. Hallad la cizalladura y el momento flector en la sección Q.



23 Una barra en forma de L, de 100 N de peso, está empotrada en un muro vertical. Calcular las reacciones en el empotramiento A.

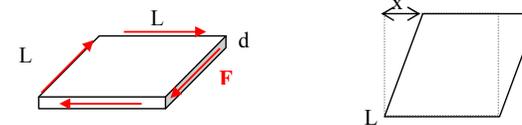


TENSIÓN Y DEFORMACIÓN

1 Se cuelga un peso de 500 kg de un alambre de acero de 3 m de longitud cuya sección transversal es de $0,15 \text{ cm}^2$. Sabiendo que el módulo de Young del acero es $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, ¿cuál será el alargamiento experimentado por el alambre? Si su esfuerzo de rotura es $11 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, ¿cuál sería el máximo peso que podríamos colgar?

2 Un alambre colgado verticalmente, de 1,5 m de longitud y sección $2,4 \text{ mm}^2$ se estira 0,32 mm cuando se le ata en su extremo inferior un bloque de 10 kg. Hallad el módulo de Young de este material.

3 El objeto de la figura es una lámina de bronce cuadrada con $L = 1,0 \text{ m}$ de lado y $d = 0,5 \text{ cm}$ de espesor. ¿Qué fuerza F ha de ejercerse en los laterales si el desplazamiento x de la figura vista desde arriba es $0,02 \text{ cm}$? El módulo de torsión del bronce, también llamado módulo de rigidez (análogo al módulo de Young, pero para esfuerzos cortantes o cizallas) es $\kappa = 0,36 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$.



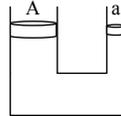
PROBLEMAS DE FLUIDOS

1 ¿Cuál es el área mínima de un bloque de hielo de 30 cm de espesor para que flotando en el mar sea capaz de sostener un coche que pesa 11000 N? ¿Tiene alguna importancia el sitio del bloque de hielo en donde se coloque el coche? ($\rho_{\text{hielo}} = 0,92 \text{ g/cm}^3$ y $\rho_{\text{agua-salada}} = 1,03 \text{ g/cm}^3$)

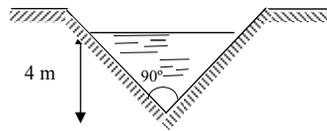
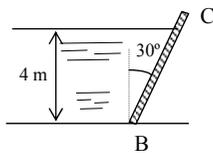
2 Una varilla cilíndrica de masa M , longitud L y diámetro d flota en posición vertical en el agua. La longitud de la porción sumergida en la situación de equilibrio es $l_0 = 2,44 \text{ cm}$. (Despreciar el amortiguamiento debido al agua). En el instante inicial se empuja el cilindro hacia abajo una distancia B y al dejarla libre la varilla se pone a oscilar verticalmente. Escribid la ecuación de movimiento de la varilla y decid cuál es la frecuencia de sus oscilaciones. Obtened el valor numérico del periodo de dichas oscilaciones. Dibujad un gráfico del desplazamiento $y(t)$ y de la velocidad $v(t)$ desde el inicio hasta $t = T$ (periodo).

3 En la prensa hidráulica se usa un émbolo de sección transversal a para ejercer una pequeña fuerza f sobre el líquido encerrado. Un tubo de conexión conduce a un émbolo de sección transversal A ($A > a$).

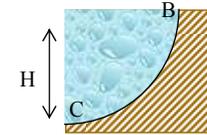
- a. ¿Qué fuerza F podrá soportar el émbolo mayor?
- b. Si el émbolo menor tiene un diámetro de 15 cm y el mayor de 21 cm, ¿qué peso es necesario colocar en el émbolo pequeño para sostener una masa de 2000 kg en el émbolo grande?



4 La pared BC de la figura representa la compuerta de un canal de sección triangular, que está inclinada 30° respecto a un plano vertical. Determine el empuje y el centro de presiones sobre la compuerta.



5 La presa cilíndrica cuya directriz BC es un cuadrante de circunferencia tiene una altura $H=10 \text{ m}$. Calculad la fuerza ejercida por el agua y el centro de presiones siendo la longitud de la presa $L=25 \text{ m}$.

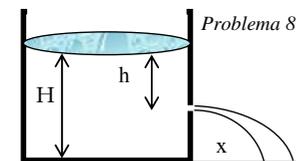


6 Un bloque cúbico de madera de 20 cm de arista y densidad $0,85 \text{ kg/dm}^3$ flota en un recipiente con agua. Se vierte aceite de densidad $0,8 \text{ kg/dm}^3$ hasta que la capa de aceite coincida con la superficie del bloque. Determinar el espesor l de la capa de aceite y la presión en la base del bloque.

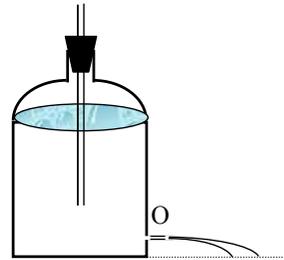
7 Podemos calcular aproximadamente la variación de la presión con la altitud en la atmósfera terrestre si suponemos que la densidad del aire es proporcional a la presión. ($PV=nRT$). Esto sería aceptable si la temperatura del aire fuera la misma a cualquier altura. Aceptando esto y suponiendo que la variación de g con la altura es insignificante, calculad la presión P a una altura h sobre el nivel del mar.

8 Un tanque está lleno de agua hasta una altura H . Tiene un orificio en una de sus paredes a una profundidad h bajo la superficie del líquido.

- a. Encontrar la distancia x (a partir del pie de la pared) a la que el chorro llega al suelo.
- b. ¿Podría hacerse otro orificio a una profundidad distinta pero que tuviera el mismo alcance? Si es así, ¿a qué profundidad?
- c. ¿A qué profundidad habría que hacer el orificio para que el chorro llegara al suelo a la máxima distancia de la base del tanque? ¿Cuál sería esa distancia?

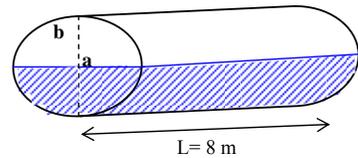


9 Demostrad que por el orificio O del frasco de la figura, el líquido sale a velocidad constante mientras el nivel del líquido está por encima del extremo inferior del tubo.



Problema 9

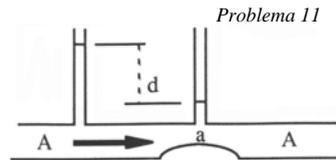
10 Un camión cisterna tiene un depósito de longitud $L=8\text{ m}$ y sección elíptica de semiejes $a=1.5\text{ m}$ y $b=1\text{ m}$. Va lleno hasta la mitad con un líquido de densidad 5 g/cm^3 , estando la parte superior llena de un gas a 4 atmósferas de presión. Calculad:



- La presión en un punto de fondo del depósito y la fuerza que se ejerce sobre cada una de las bases elípticas.
- La velocidad con la que saldría el líquido al abrir un orificio de radio $r=2\text{ cm}$ en el fondo del depósito.

11 Demostrad que el caudal de agua que pasa por el tubo de la figura viene dado por la expresión:

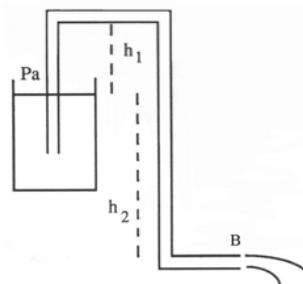
$$\frac{dV}{dt} = aA \sqrt{\frac{2gd}{A^2 - a^2}}$$



Problema 11

12 Un tubo de sección transversal uniforme se utiliza para extraer agua de un recipiente como el de la figura. La presión atmosférica es 10^5 Pa .

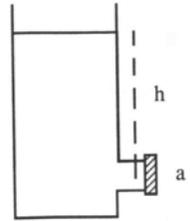
- Obtener una expresión para la velocidad con que el agua abandona el tubo en B.



- Si $h_2=3\text{ m}$, ¿cuál es la velocidad con que el agua fluye hacia el exterior en B?
- Para este valor de h_2 , ¿cuál es el valor máximo de h_1 para el cual todavía funcionaría el sifón?

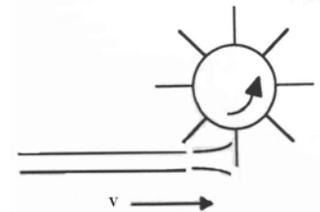
13 La abertura lateral del recipiente de la figura tiene área a . Se sostiene un disco contra la abertura para evitar que salga el líquido de densidad ρ .

- ¿Cuál es la fuerza con la que el líquido presiona sobre el disco?
- El disco se aparta un poco de la abertura. El líquido sale golpeando el disco de forma inelástica. Después de golpearlo, el agua cae verticalmente hacia abajo. Demostrad que la fuerza ejercida por el agua sobre el disco es el doble de la calculada en el apartado a.



14 Una corriente estacionaria de agua de sección transversal a y velocidad v golpea una de las paletas de una rueda hidráulica en dirección aproximadamente normal.

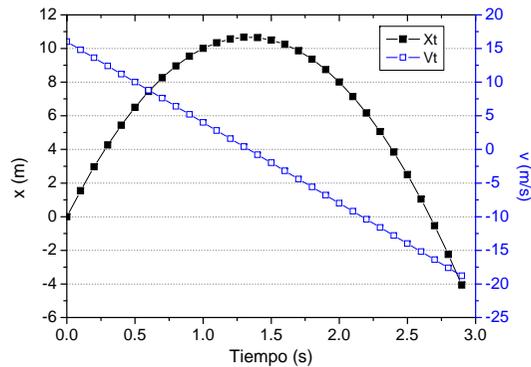
- Si las paletas se mueven con velocidad V , ¿cuál es la magnitud de la fuerza ejercida por la corriente del agua sobre la paleta? Suponga que el agua cae verticalmente a partir de la paleta después del impacto.
- ¿Cuál es la potencia que se puede obtener de la rueda?
- ¿Cuál es la relación óptima entre V y v para obtener la máxima potencia?



SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS

INTRODUCCIÓN

1. Error: $\Delta s = \Delta l \cdot a + l \cdot \Delta a$
2. $V = (1,84 \pm 0,03) \times 10^1 \text{ cm}^3$
3. a) $v_{\text{media}} (\text{ida}) = 6,7 \text{ m/s}$
b) $v_{\text{media}} (\text{vuelta}) = 3,3 \text{ m/s}$
c) valor promedio del módulo de la velocidad = $4,4 \text{ m/s}$
4. a) $A = 16 \text{ m/s}$ y $B = 6 \text{ m/s}^2$
b) $x(t=1 \text{ s}) = 10 \text{ m}$. Vuelve a pasar por el origen en $t = 8/3 \text{ s}$
c) $v_{\text{media}} (0 < t < 2 \text{ s}) = 4 \text{ m/s}$ $v_{\text{media}} = A - B(2t_0 + \Delta t) \text{ m/s}$
d) $v = (A - 2Bt) \text{ m/s}$ y $a = -2B \text{ m/s}^2$



5. a) $\mathbf{v} (2 \text{ s}) = 8 \mathbf{i} + 6 \mathbf{j} \text{ m/s}$
b) $\mathbf{r} (4 \text{ s}) = 36 \mathbf{i} + 27 \mathbf{j} \text{ m}$
6. $t = 15 \text{ s}$
7. a) $\mathbf{v} = 4 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j} \text{ m/s}$
b) $(x-x_0) = (y-y_0)^2/180$ siendo (x_0, y_0) la posición inicial
8. a) $\omega = 26 \text{ rad/s}$ y $\alpha = 6 \text{ rad/s}^2$

$$b) a_N = 72 t^2 + 48 t + 8 \text{ m/s}^2$$

$$9. a) \omega(t) = 40t^3 - 24t^2 + 16t \text{ rad/s} \quad y \quad \theta(t) = \theta_0 + 10t^4 - 8t^3 + 8t^2$$

$$b) a_T = 10,4(15t^2 - 6t + 2) \text{ m/s}^2 \quad y \quad a_N = 1,3(40t^3 - 24t^2 - 16t)^2 \text{ m/s}^2$$

DINÁMICA DE UNA PARTÍCULA

1. $T_1 = 10 \text{ N} = 1,02 \text{ kgf}$ y $T_2 = 30 \text{ N} = 3,06 \text{ kgf}$
2. $a = (m_A - m_B)g / (m_A + m_B)$
 $T = 2g(m_A m_B) / (m_A + m_B)$
 $R = 4g(m_A m_B) / (m_A + m_B)$
3. a) $F = 1 \text{ N}$
b) $F = 2 \text{ N}$
4. $F \leq (m_A / m_B) (\mu_1 - \mu_2) (m_A + m_B)g$
5. $\text{sen} \alpha - \mu \text{cos} \alpha \leq (m/M) \leq \text{sen} \alpha + \mu \text{cos} \alpha$
6. $a = 3,53 \text{ m/s}^2$ $T_{\text{arriba}} = 120 \text{ N}$ y $T_{\text{media}} = 93,3 \text{ N}$
7. $F = (1 + a/g)P/2$
8. a) No, $F_{AB} = F m_B / (m_A + m_B)$
b) Sí, $F_{AB} = F_{BA}$ en todos los casos.
c) Sí, $F = F_{AB}$
d) No, $F_{AB} = F - F_{\text{rozA}}$
9. $F = Mg$ y $a = g$
10. a) $v = [2gL(1 - \text{cos} \theta)]^{1/2}$
b) $T = mg(3 - 2\text{cos} \theta)$
11. a) $\omega = (2g\text{sen} \alpha / r)^{1/2}$
b) $N = 3mg\text{sen} \alpha$
12. a) $W_{\text{roz}} = -13,7y \text{ J}$
b) $E_m = -13,7y \text{ J}$
c) $v = 1,98 \text{ m/s}$
13. a) $A = 0,99 \text{ m}$
b) $A = 0,78 \text{ m}$

c) $L=1,54 \text{ m}$

14. a) $h_0=5R/2$

b) $\text{sen}\alpha = 1/3$

c) $I = m(2gR)^{1/2}$

15. $v=2,5 \text{ ms}^{-1}$

OSCILACIONES AMORTIGUADAS Y FORZADAS

1. a) $x(t) = 0,05\cos(2\pi t \pm \pi/2) \text{ m}$

b) Si $\alpha = \pi/2$, $x = -0,048 \text{ m}$, $v = 0,097 \text{ m/s}$ y $a = 1,9 \text{ m/s}^2$

2.

a) $|x| = A/2$ en $t = T/6 + nT/2 - T\alpha/2\pi$ y en $t = T/3 + nT/2 - T\alpha/2\pi$

b) $|v_{\max}| = \omega A$ en $t = T/4 + nT/2 - T\alpha/2\pi$

c) Ocurre 4 veces en un periodo $|x| = (2A/3)\sqrt{2} \text{ m}$

d) $F_{\max} = m\omega^2 A$ (en los extremos de la trayectoria)

3. $A_{\max} = 3,1 \text{ cm}$

4. a) y b) $\omega = [(k_1 + k_2)/m]^{1/2}$

c) $\omega = [k_1 k_2 / (k_1 + k_2) m]^{1/2}$

5. $T = 2\pi\sqrt{R/g}$

6. a) 9.75 % b) $\tau = 29.24 \text{ s}$; $Q = 61.2$

7. a) $x(t=1 \text{ s}) = 0,108 \text{ m}$ b) $x(t=1 \text{ s}) = 0,027 \text{ m}$

8. b) 4 Ns/m c) $Q = 1$ $A / A_0 = 1.76 \times 10^{-16}$

9. $Q_1 = 2321$ $Q_2 = 4642$ $n = Q / 2\pi$

10. a) $T = 2.84 \text{ s}$ b) 7 semioscilaciones

11. a) $Q = 29.46$ b) $t = 3.53 \text{ s}$ c) 6 Julios

12. a) $A_{(t)} / A_{(t+T)} = 20.97$ b) $E_{(t)} / E_{(t+T)} = 439.7$

13. a) $A = 4.97 \text{ cm}$ b) $\omega = 14.12 \text{ rad/s}$ c) $A_{\max} = 35.35 \text{ cm}$ d) $\Delta\omega = \sqrt{3} \text{ rad/s}$

14. a) $n = 34.3$ b) $Q = 311$

15. a) $T = \frac{\pi}{5\sqrt{3}} \text{ s}$ b) $A = 1.28 \text{ cm}$ c) 0.107 J d) $P = 0.295 \text{ W}$

16. a) $\omega_0 = 1000 \text{ rad/s}$ $Q = 25$ b) $n = 125 / 2\pi$

17. a) $\omega_0 = 19.8 \text{ rad/s}$ b) $A = 15 \text{ mm}$ c) $P = 86 \text{ mW}$

18. b) $A = \frac{F_0/m}{\omega\sqrt{\gamma^2 + \omega^2}}$ $\text{tg } \delta = -\gamma / \omega$ c) $v_0 = -\omega A \text{ sen } \delta$ $C = 0$

19. $\omega = \frac{x_0}{l_0} \sqrt{\frac{k}{m}}$

SISTEMAS DE PARTÍCULAS

1. $X_{\text{CM}} = 0$, $Y_{\text{CM}} = 2R/\pi$

2. Posición del CM

a. $X_{\text{CM}} = 6,67 \text{ cm}$, $Y_{\text{CM}} = 3,33 \text{ cm}$

b. $X_{\text{CM}} = -R/6$, $Y_{\text{CM}} = 0$

c. $Z_{\text{CM}} = (3/8) R$

3. $v_{1f} = 4\hat{i} \text{ m/s}$ y $v_{2f} = 7\hat{i} \text{ m/s}$

4.

a. $v = (2gL)^{1/2} \hat{i}$ (hacia la derecha)

b. $v = -\frac{(eM - m)}{m + M} \sqrt{2gL} \hat{i}$ (rebota o sigue hacia la derecha según la relación entre eM y m)

c. $v = \frac{m(1+e)}{m+M} \sqrt{2gL} \hat{i}$ (hacia la derecha)

d. $\theta = \arccos \left[1 - \left(\frac{eM - m}{m + M} \right)^2 \right]$

5.

a. $e = (1/2)^{1/2}$

b. $E_{\text{CMAX}} = 0,5 \text{ J}$

6. $0,825 \leq e \leq 0,849$

7. $h = Mv^2/2g(m+M)$

8.

a. $v = 2,73 \text{ m/s}$

- b. $\omega = 27,3 \text{ rad/s}$
 c. $T_1 = 234 \text{ N}$ y $T_2 = 238 \text{ N}$
 d. $t = 1,46 \text{ s}$
- 9.
- a. $\alpha = 21,5 \text{ s}^{-2}$, $a = 1,72 \text{ m/s}^2$ y $a' = 1,29 \text{ m/s}^2$
 b. $T = 4,85 \text{ N}$ y $T' = 5,55 \text{ N}$
- 10.
- a. $a_{CM} = (2/3)g \sin \alpha$
 b. $\mu = (1/3) \tan \alpha$
 c. $v = 2(gL \sin \alpha / 3)^{1/2}$
11. $t = \frac{v_0 + \omega_0 R}{(7/2)\mu g}$ y el espacio recorrido $L = (2/49\mu g) (6v_0^2 + 5v_0\omega_0 R - \omega_0^2 R^2)$
- 12.
- a. $\mathbf{J} = mv_0 \mathbf{k}$
 b. $\mathbf{P}_0 = m \mathbf{v}_0$ y $\mathbf{P}_1 = (ML/2 + ma)\omega \mathbf{i}$ siendo $\omega = 3m v_0 a / (ML^2 + 3ma^2)$
 c. Si $a = 2L/3$
13. $\theta = 83^\circ$

ESTÁTICA

1. En el SI $\mathbf{M} = -6864 \text{ k Nm}$ y en el sistema técnico $\mathbf{M} = -700,4 \text{ k mkg}$
2. $M_x = -4243 \text{ m.kg}$, $M_y = -5657 \text{ m.kg}$ y $M_z = 1200 \text{ m.kg}$ (unidades sistema técnico)
3. $\mathbf{R} = -2500 \text{ j kg}$ aplicada a una distancia $x = (7/5) \text{ m}$ del extremo 1
4. $F_{\max} = mga/2b$
5. $\theta = 19,8^\circ$
6. Pared vertical: reacción horizontal de módulo $R_{1H} = mgtg\alpha/2$
- Suelo: reacción de módulo $R_2 = mg\sqrt{1 + \frac{tg^2\alpha}{4}}$ formando un ángulo con el suelo
- $$\psi = \frac{tg\alpha}{\sqrt{4 + tg^2\alpha}}$$
7. En el equilibrio, $tg\phi = \cotg 2\alpha$ $L_1 = Mg \cos \alpha$ y $L_2 = Mg \sin \alpha$
8. $T = 1042 \text{ N}$ y $P = 1500 \text{ N}$
9. $R_1 = 25,9 \text{ N}$ y $R_2 = 36,6 \text{ N}$
10. $\mu_{\min} = P_A \sin \alpha \cos \alpha / (P_A \cos^2 \alpha + P_B)$
11. $\mu = 0,339$
12. a) $T = 7,9 \text{ N}$; $N = 29,4 \text{ N}$ b) $F_{\text{roz}} = 7,9 \text{ N}$ c) $v = 2,65 \text{ ms}^{-1}$
13. a) $A_x = 0$; $A_y = Pb/(a+b)$; $B_y = Pa/(a+b)$
 b) $M_A = Pa$ (igual al momento de \mathbf{P} respecto al punto A y de signo opuesto).
14. a) N° de ligaduras - N° de grados de libertad = 3 (hiperestático)
 b) N° de ligaduras - N° de grados de libertad = 2 (hiperestático).
15. a) $A_x = 0$; $A_y = -71.4 \text{ kg}$; $B_y = 571.4 \text{ kg}$ 
 b) $A_x = 0$; $A_y = 800 \text{ kg}$; $B_y = 1600 \text{ kg}$.
16. $A_x = 0$; $A_y = 7200 \text{ kg}$; $M_A = 6480 \text{ kg m}$ (sentido antihorario).
17. Fuerza resultante: $F_x = F_y = q_0 \sqrt{2}$
- Punto de aplicación: $d = 10/3 \text{ m}$ (desde el extremo A)
- $A_x = 2828.4 \text{ kg}$; $A_y = 1257.1 \text{ kg}$; $B_y = 1571.3 \text{ kg}$.

18. $A_x = 1385.6 \text{ N}$; $A_y = 1600 \text{ N}$; $T = 1600 \text{ N}$.
 19. $A_x = 7200 \text{ kg}$; $A_y = -4400 \text{ kg}$; $B_y = 6400 \text{ kg}$

Momento del peso: $M = -4000 \text{ k kg m}$ (sentido horario)

Posición del C.G.: $x_{cg} = 2 \text{ m}$; $y_{cg} = 3.75 \text{ m}$.

20. Fuerza equivalente: $F = q_0 L/2$
 Punto de aplicación: $d = L/3$



$A_x = -7607.7 \text{ kg}$; $A_y = -2411.5 \text{ kg}$; $B = 2784.6 \text{ kg}$.

21. Fuerza equivalente: $F_{eq} = 20000 \text{ kg}$, aplicada a 5 m de A.

$A_x = 866 \text{ kg}$; $A_y = 1000 \text{ kg}$; $B_y = 15000 \text{ kg}$; $C_y = 6750 \text{ kg}$; $D_y = -1250 \text{ kg}$.

22. $B_x = 0$; $B_y = 1000 \text{ N}$.

$M_R = -PL/2 = -1000 \text{ Nm}$ (sentido horario)

Sección Q de parte IZQ de la barra: $R_y = P_x/L$ y $N_D = P_x^2/2L$ (sentido horario)

23. $A_x = 0$; $A_y = 50 \text{ N (-j)}$; $A_z = 100 \text{ N (k)}$

Momento de la fuerza F: $M_A(\mathbf{F}) = -30 \mathbf{i} + 60 \mathbf{k} \text{ Nm}$ (torsor+flector)

Momento del peso: $M_A(\text{peso}) = 80 \mathbf{j} \text{ Nm}$ (momento flector).

8) a) $x = 2\sqrt{h(H-h)}$; b) Sí, a una profundidad $h' = H-h$; c) $h = H/2$; $x = H$.

9) $v = \sqrt{2gh}$

10) a) $4,542 \times 10^5 \text{ Pa}$; $19,58 \times 10^5 \text{ N}$; b) $11,88 \text{ m/s}$

11) En el enunciado se da la solución.

12) a) $v_2 = \sqrt{2gh_2}$; b) $7,67 \text{ m/s}$; c) $h_{1\max} = 7,24 \text{ m}$.

13) a) Fuerza neta = $\rho g h a$.

14) a) $F = \rho a v(v-V)$; b) $P = \rho a v V(v-V)$; c) $V = v/2$.

FLUIDOS

1) $A_{\min} = 34 \text{ m}^2$;

Sí importa. La línea de acción del empuje pasa por el C.G. Si el peso del coche no lo hace, el conjunto giraría.

2) $\omega^2 = \rho_A g A/M$, siendo A la sección; $T = 0,314 \text{ s}$.

3) a) $F = (A/a) f$; b) $m = 1020,4 \text{ kg}$.

4) $F_R = 24634 \text{ kg}$; $y_E = 2,31 \text{ m}$

5) $F_R = 2327620 \text{ kg}$; $y_E = 8,44 \text{ m}$; $z_E = 5,37 \text{ m}$

6) $l = 15 \text{ cm}$ y $P = 1666 \text{ N/m}^2 = 1,7 \text{ kg/dm}^2$

7) $P = P_{atm} e^{-\frac{Mgh}{RT}}$, con $M = 28,8 \text{ g/mol}$, $R = \text{cte. de los gases} = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$.