Demostrar que las funciones de forma:

$y(x,t) = f(x \pm vt)$ (f representa una función "genérica")

Son solución de la ecuación diferencial de ondas:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

siendo v, la velocidad de propagación.

Calcularemos las derivadas parciales, respecto a las variables x y t:

Llamamos a $\boxed{x \pm vt = u}$

Respecto a x
$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{dy}{du} \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{dy}{du} \cdot 1 \\ \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \dfrac{d^2 y}{du^2} \cdot \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{d^2 y}{du^2} \cdot 1. \end{array}\right.$$

Respecto a y
$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial y}{\partial t} = \dfrac{dy}{du} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{dy}{du} (\pm v) \\ \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \dfrac{d^2 y}{du^2} (\pm v)(\pm v) = v^2 \dfrac{d^2 y}{du^2} \end{array}\right.$$

$\Longrightarrow$ Si comparamos, vemos que

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot v^2 = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

luego $f(x \pm vt)$ es solución de la ecuación diferencial de ondas, y por tanto describe una onda.