Escuela de Ingeniería y Arquitectura
Universidad Zaragoza
1542

CONTROL FÍSICA 1
14 de noviembre de 2013
1º de ESTUDIOS EN ARQUITECTURA

Nombre: EXAMEN RESUELTO 14-11-2013

1) Escribe la ecuación de dimensiones de:

a) momento lineal.................................$[M][L][T]^{-1}$
b) momento de una fuerza ....$[M][L]^2[T]^{-2}$
c) momento angular...............................$[M][L]^2[T]^{-1}$

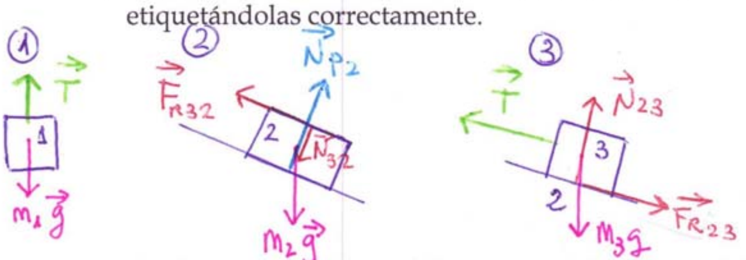
2) Las componentes del vector de posición de una partícula que se mueve en el plano X0Y, son x =sen(2t), y=cos(2t). (en el SI)

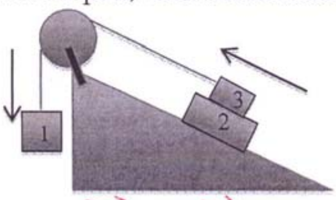
a) Escribe el vector aceleración en coordenadas cartesianas y polares.
b) ¿Cuál es la trayectoria de la partícula?

- Cartesianas: $\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{\imath} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{\jmath} = -(4\,\mathrm{sen}(2t)\hat{\imath} + 4\cos(2t)\hat{\jmath}) = -4\vec{r}\ \mathrm{ms^{-2}}$
- Polares: $\vec{a} = \cancel{\frac{dv}{dt}}\hat{u}_t + \frac{v^2}{R}\hat{u}_n = 4\hat{u}_n\ \mathrm{ms^{-2}}$ $(|\vec{v}| = v = cte = 2\ \mathrm{ms^{-1}})$
- Trayectoria: $x^2+y^2=1 \rightarrow$ Circunferencia, de radio $R=1$ m

3) Para el sistema de la figura, suponed que los tres bloques se mueven con la misma aceleración, a, en el sentido indicado. Considerad que el plano, inclinado un ángulo α, es completamente liso.

a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre cada uno de los bloques, identificándolas y etiquetándolas correctamente.





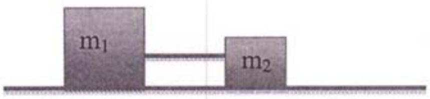
$\vec{F}_{R32} = -\vec{F}_{R23}$
$\vec{N}_{32} = -\vec{N}_{23}$

4) Los dos bloques de la figura de masas m_1=3 kg y m_2= 2 kg están sobre una superficie lisa. Determina cuál sería el valor de la tensión de la cuerda que une los bloques si:

a) Se aplicara sobre m_2 una fuerza **F**= 10 î N.
b) Se aplicara sobre m_1 una fuerza **F**= -10 î N.

La aceleración de m_1 y m_2 $\rightarrow$ $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_1+m_2}$

En a) $\vec{a} = 2\hat{\imath}\ \mathrm{ms^{-2}}$
En b) $\vec{a} = -2\hat{\imath}\ \mathrm{ms^{-2}}$



Caso a) $\vec{T} \leftarrow \boxed{m_2} \rightarrow \vec{F}$, $\rightarrow \vec{a}$; $F - T = m_2 a$; $\boxed{T = F - m_2 a = 6N}$

Caso b) $\vec{T} \leftarrow \boxed{m_2}$, $\leftarrow a$; $\boxed{T = m_2 a = 4N}$

5) Sobre una partícula actúa una fuerza conservativa **F**= $(-5x^2+3x)$ î. ¿Cuál será la expresión de la energía potencial, si $E_p(x=0)=0$?

$\Delta E_p = -W_c$ $\quad E_p(x) - \cancel{E_p(0)} = -\int_0^x (-5x^2+3x)\,dx = \frac{5x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}$

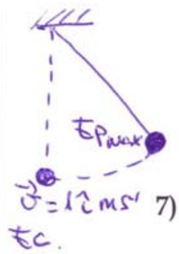
(J en S.I)

Escuela de Ingeniería y Arquitectura
Universidad Zaragoza

CONTROL FÍSICA 1
14 de noviembre de 2013
1º de ESTUDIOS EN ARQUITECTURA

---

6) Un péndulo simple de longitud L=1 m y masa m=100 g reposa en su posición de equilibrio. En el instante t=0 se le comunica a la masa un impulso $\bar{I}=0{,}1\hat{\imath}$ kg.m.s^{-1}. Determina el valor máximo que puede alcanzar su energía potencial, considerando que es cero en la posición de equilibrio.



$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ Como estaba inicialmente en reposo $\vec{J} = m\vec{v}$

$\vec{v} = \frac{0'1\hat{\imath}}{0'1} = 1\hat{\imath}\ ms^{-1}$ es la velocidad que se le comunica.

Tras el impulso, Em = cte, luego $\boxed{Ep_{max} = Ec = \frac{1}{2}mv^2 = 0'05\,J}$

7) La posición de un oscilador amortiguado viene dada por la expresión $x(t)=10e^{-0{,}1t}\cos(10t)$ (en el SI). Determina el factor en que habrá disminuido su energía tras diez oscilaciones.

De la expresión $\rightarrow \gamma = 0'2\ s^{-1}$

$E = E_0 e^{-\gamma t} = E_0 e^{-0'2\cdot 10T}$ pero $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10}$ luego

el factor en que disminuye E será $\boxed{e^{0'4\pi} = 3'51}$

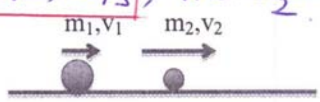
8) Supón que el oscilador anterior es impulsado externamente por una fuerza armónica $F=10\cos(\omega_E t)$.

a) ¿Para qué valor de ω_E la amplitud del oscilador será la máxima?
b) ¿Para qué valores de ω_E la amplitud será la mitad de la máxima?

a) La amplitud es máxima cuando $\omega_E = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/2}$. Como $Q = 50$, (amortiguamiento bajo) $\boxed{\omega_E \simeq \omega_0 = 10\ rad\,s^{-1}}$

b) La anchura a altura mitad de la curva de resonancia es $\Delta\omega = \sqrt{3}\,\gamma$, luego para $\boxed{\omega = (10 \pm 0'1\sqrt{3})\,rad/s}$, $A = \frac{A_{max}}{2}$

9) Calcula la velocidad del centro de masas del sistema de la figura, siendo m_1=2 kg, v_1=1 m.s^{-1} y m_2= 1 kg, v_2=2 m.s^{-1}. Calcula la energía cinética respecto al centro de masas.

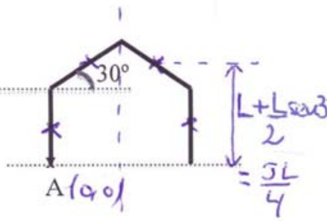


a) $\boxed{\vec{V}_{cm} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} = \frac{2\cdot 1\hat{\imath} + 1\cdot 2\hat{\imath}}{3} = \frac{4}{3}\hat{\imath}\ ms^{-1}}$

b) $\boxed{Ec^*} = \frac{1}{2}m_1 v_1^{*2} + \frac{1}{2}m_2 v_2^{*2} = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot 1\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \boxed{\frac{1}{3}J}$

$\vec{v}_1^* = \vec{v}_1 - \vec{V}_{cm} = -\frac{1}{3}\hat{\imath}\ ms^{-1}$ y $\vec{v}_2^* = \frac{2}{3}\hat{\imath}\ ms^{-1}$

10) ¿Cuál es la posición respecto al punto A(0,0), del centro de masas de la figura, formada por cuatro tramos iguales de longitud L?



$\boxed{\vec{R}_{cm} = (x_{cm}, y_{cm}) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}L, \frac{7L}{8}\right)}$

Por simetría, $x_{cm} = L\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}L$.

$y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{4} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{2\cdot(\cancel{m}\frac{L}{2}) + 2(\cancel{m}\frac{5L}{4})}{4\cancel{m}} = \frac{L + \frac{5L}{2}}{4} = \frac{7L}{8}$