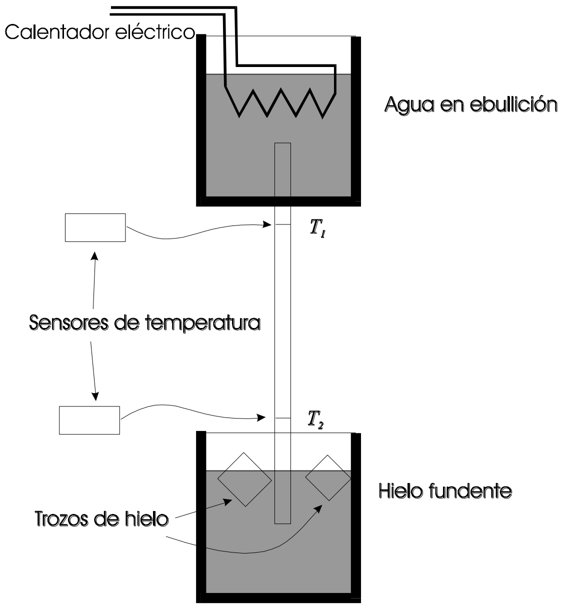
PRÁCTICA Nº 2: CONDUCTIVIDAD TERMICA DE METALES

Objetivos:
Determinar la conductividad térmica y eléctrica de varios metales.
Verificación experimental de la ley de Wiedemann-Franz

Introducción

Esta práctica es muy sencilla de fundamentos, pero hay que tener bastante cuidado experimental para que salgan resultados adecuados. Se trata de medir la conductividad térmica del cobre y del aluminio y comprobar la validez de la ley de Wiedemann-Franz para ambos metales.



Se trata de medir la conductividad térmica de un metal, que será cobre o aluminio. Para ello se dispone un barra verticalmente de modo que el extremo superior esté en contacto con un vaso de agua en ebullición y el inferior con hielo fundente. Así fluye calor desde el extremo superior al inferior, donde finalmente se emplea en fundir hielo o, si no lo hubiera, en calentar el agua del vaso inferior.
Se trata de algo tan simple como medir la diferencia de temperatura entre dos puntos de la barra y flujo calorífico que es el calor transmitido a través de ella por unidad de tiempo y área de las sección transversal de la misma. La conductividad térmica es el cociente de estas dos magnitudes.
Tras un tiempo transitorio después de realizar el montaje, se llega a una **situación estacionaria** en que las temperaturas en cualquier punto son constantes con el tiempo y el flujo calorífico es el mismo a través de cualquier sección de la barra, incluido el extremo, y se emplea en fundir hielo.

La clave para que todo el experimento funcione es asegurar que las medidas se hacen cuando la situación es estacionaria. El agua con hielo fundente debe estar en constante agitación para asegurar buen contacto térmico entre el agua líquida y el hielo. Para ello hay un agitador magnético, pero si no es suficiente se puede agitar con una varilla o con el propio sensor de temperatura previsto para medir en líquidos. Hay que observar durante unos minutos las temperaturas del agua de los vasos y en varios puntos de la barra y comprobar que son constantes.

La medida de la temperatura se realiza directamente mediante sensores PT100, que son en realidad resistencias eléctricas que varían con la temperatura. El dispositivo electrónico al que van acoplados realiza directamente la conversión de ohmios a grados con lo que la lectura es directa.

La medida del flujo calorífico la vamos a hacer de dos formas, cada método tiene sus ventajas y sus inconvenientes, que habrá que sopesar cuantitativamente:
a) Sacando del vaso y pesando el hielo que tenemos cuando observamos que la situación es estacionaria y al cabo de unos minutos, cuando se ha fundido una parte significativa del mismo. Sabiendo que el calor de fusión del hielo es 333.62 J/g, basta multiplicar este valor por los gamos de hielo fundido y dividir por el tiempo transcurrido entre las dos pesadas para obtener el flujo calorífico.

b) Quitando el hielo del vaso inferior. A partir de ese momento el calor que llega a través de la barra se emplea en calentar el agua. Hay que medir la temperatura cada cierto tiempo y obtener la derivada con respecto del tiempo. Ese dato multiplicado por la capacidad calorífica del agua , 4.186 J/(g K), y por la masa en gramos de la misma da el flujo calorífico.

Los vasos están aislados térmicamente del exterior, pero no perfectamente. En ambos casos el hielo se funde en parte porque además del calor de la barra llega calor del exterior y por lo tanto convendrá corregir el flujo obtenido repitiendo la medida del flujo calorífico que llega al vaso inferior desde el exterior, lo que se puede medir igual que antes pero desconectando la barra de él.

Breve introducción teórica

Cuando una barra de longitud *L* de cierto material no está en equilibrio térmico, sino que hay un gradiente de temperatura $\frac{\partial T}{\partial x}$, en cada sección de la misma el flujo de calor (calor transferido a través de una determinada sección de la barra por unidad de tiempo y de área de la sección) es $J_Q = -K\frac{\partial T}{\partial x}$ $J_Q \equiv \frac{dQ}{dT}$ y la constante *K* se llama conductividad térmica. Así definida depende sólo de la naturaleza del material que forma la barra pero no de sus dimensiones. Es decir es una característica propia del material.
Si no hay pérdidas al exterior por los lados de la barra (en la práctica la barra está recubierta de un plástico aislante térmico), este calor transferido de unas zonas a otras de la misma se emplea en calentar unas y enfriar otras, de modo que en definitiva se puede demostrar que la temperatura $T(x,t)$, como función de la posición en la barra x y del tiempo t cumple en cualquier punto e instante la ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

que se llama ecuación de conducción del calor y es común a la mayoría de fenómenos de difusión, siendo $\alpha = \frac{K}{\rho c}$ otra constante característica del material, llamada difusividad térmica, que tiene dimensiones de longitud^2/tiempo (ρ = densidad en kg/m^3, c = calor específico en J/kg·K).

En tres dimensiones la ecuación de difusión del calor se generaliza a $\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$
Volviendo a nuestra barra, cuando está a una temperatura inicial uniforme T_0 y de repente (en un instante que tomamos como t =0) conectamos los extremos a dos focos

térmicos a temperaturas diferentes T_a y T_b, el problema de obtener teóricamente la temperatura en cualquier punto de la barra, es decir $T(x,t)$, consiste en encontrar entre todas las infinitas funciones que cumplen la ecuación de difusión la única que además cumple la

condición inicial $T(x,0) = T_0$ para todo x entre 0 y L

y las **condiciones de contorno** $T(0,t) = T_a$ y $T(L,t) = T_b$ para todo $t > 0$.

La solución se puede obtener por separación de variables y es complicada de escribir explícitamente. **No la vamos a usar**, pero para quien tenga curiosidad queda:

$$T(x,t) = \left(T_a + \frac{T_b - T_a}{L} x \right) + \frac{2}{\pi}(T_b - T_a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \exp\left(-\frac{\pi^2 n^2}{L^2} \alpha t \right) +$$
$$\frac{4}{\pi}(T_0 - T_a) \sum_{n=impar}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \exp\left(-\frac{\pi^2 n^2}{L^2} \alpha t \right)$$

En cualquier caso, al cabo de un tiempo teóricamente infinito se llega a una **situación estacionaria** en la que la temperatura de cada punto de la barra es constante, llamémosla $T_{st}(x)$, que será igual a $T(x,t \to \infty)$ y hay un flujo continuo de calor hacia el extremo frío de la misma. La situación estacionaria se puede ver haciendo tender $t \to \infty$ en la solución general (con lo que se anulan las exponenciales) pero es mucho más simple de obtener que ella. En efecto, precisamente por ser estacionario el flujo de calor debe ser el mismo en todos puntos de la barra, para que no se acumule energía en ningún punto y no cambie la temperatura. En ese caso J_Q = cte $\Rightarrow T_{st}(x) = A + Bx$. Las constantes A y B se hallan fácilmente imponiendo las condiciones de contorno: Para x = 0, $T_{st}(0) = T_a$ luego $A = T_a$. Para $x = L$, $T_{st}(L) = T_b$ luego $B = (T_b - T_a)$/L, es decir que:

$$T_{st}(x) = T_a + \frac{T_b - T_a}{L} x$$

que representada en función de x es una recta. Como puede verse la solución estacionaria es el primer paréntesis de la solución completa y se alcanza en el tiempo necesario para que las exponenciales se anulen, que es teóricamente infinito, pero en la práctica las exponenciales son despreciables cuando t es mayor que unas pocas veces $\frac{L^2}{\pi^2 \alpha}$, que se llama tiempo de relajación térmica de la barra, necesario para alcanzar el equilibrio térmico. Cuando tengamos unas medidas previas de α habrá que calcular este tiempo para hacernos una idea de cuánto tenemos que esperar para al situación estacionaria.

El gradiente de T_{st} es $(T_b - T_a)/L$ y se mide sin más que tomar la temperatura en dos puntos. El flujo de calor es en valor absoluto $J_Q = K \frac{T_b - T_a}{L}$

Este flujo de calor sale del foco caliente a temperatura T_b y acaba por ser absorbido por el foco frío a temperatura T_a. En nuestro caso práctico el foco caliente es agua que se mantiene hirviendo mediante una resistencia calefactora y el foco frío es agua con hielo fundente.

Aplicación práctica

Ver figura. El montaje experimental consta de dos vasos calorimétricos que actúan como reservorios térmicos, uno de ellos con agua en ebullición (el superior) y otro con hielo fundente (el inferior). El vaso superior tiene un orificio donde se puede introducir una barra cuya conductividad térmica queremos medir. Las barras de muestra están cubiertas en toda su extensión excepto cerca de los extremos por un material plástico térmicamente aislante para evitar en lo posible pérdidas de calor a la atmósfera en la zona intermedia. Además las barras tienen 10 huecos a lo largo de su longitud para medir la temperatura en distintos puntos.

Las barras también son adecuadas para medir la conductividad eléctrica y así comprobar la validez de la ley de Wiedemann-Franz. Para eso tienen un orificio de 4 mm en cada extremo para aplicar corriente y otros dos laterales para medida de voltaje.

1) Montar el aparato como indica la figura anterior. Asegurarse de:

* Poner grasa, buena conductora del calor, para asegurar un buen contacto térmico entre la barra y los vasos.

* Tener siempre hielo fundente en el vaso inferior mientras se lleva a ebullición el agua del superior mediante un calentador eléctrico. La potencia de calefacción se regula mediante un autotransformador. Hay que mantener el agua en **suave ebullición**, ya que si la potencia suministrada es excesiva el agua se evapora rápidamente lo que no acarrea más que problemas experimentales, pues hay que añadir más agua fría y esperar de nuevo al equilibrio.

* **El calentador eléctrico no puede estar encendido sin agua en el vaso superior pues al no disiparse el calor producido puede llegar a fundirse**.

* Que el agua con hielo fundente esté continuamente agitada mediante un agitador magnético, para homogeneidad térmica del baño frío. Si no es suficiente el agitador magnético se agitará con una varilla.

2) Anotar cada cierto tiempo, por ejemplo un minuto, las temperaturas de los baños y las de los huecos más alejados entre sí de la barra. Cuando se observe que no varían (esto no ocurrirá nunca y hay que tener un poco de "ojo clínico" para decidir el momento., pero tardará unos 5 o 10 minutos desde que el agua empieza a hervir) El tiempo característico se puede determinar una vez medida la conductividad. Medir las temperaturas T_1 a T_{10} en alguno de los 10 huecos practicados a lo largo de la barra. Anotarlas en una tabla junto con la hora. Representarlas gráficamente en función de la posición de cada agujero.
Cuando la barra se encuentre en un estado de flujo estacionario de calor los puntos representados deben caer aproximadamente en una línea recta.

3) Para este apartado hay que tener claro lo que se va a hacer antes de hacer nada, pues hay que actuar lo más rápidamente posible y si no toda la práctica saldrá mal. Se trata de poner unas cantidades de agua y hielo conocidas. Quitar el vaso de hielo fundente, con una pinza sacar los trozos de hielo dejando el agua líquida. Pesar el vaso con agua líquida. Añadir dos o tres cubitos nuevos de hielo. Pesar de nuevo y volver a colocar el vaso.
Es posible colocar en la barra otro vaso normal con hielo previamente preparado mientras se realizan las pesadas, pero si la operación se hace en unos 10 segundos no es imprescindible.

3) Medir la distancia entre los puntos extremos 1 y 10. Dejar el sistema operando unos minutos, hasta que se funda gran parte del hielo.

4) Anotar el tiempo. Sacar los trozos de hielo del vaso inferior. Ahora, agitando continuamente, pero con cuidado de no derramar agua medir el aumento de temperatura ΔT del vaso en un intervalo de tiempo Δt dado (por ejemplo, 3 minutos). Tomar datos cada 15 segundos aproximadamente.

5) Terminar el experimento apagando el calentador del vaso superior.

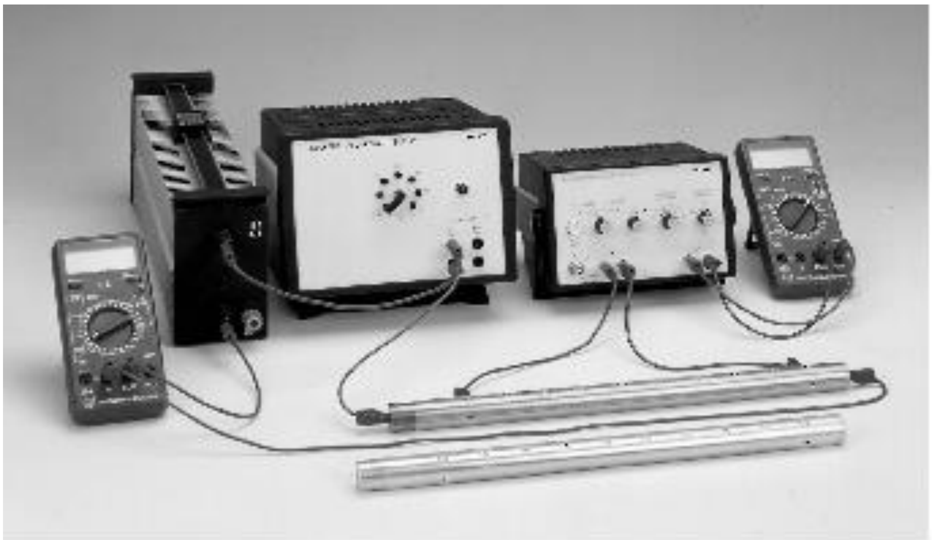
6) Apartar el vaso inferior de la barra y medir la cantidad de agua líquida que queda. La diferencia entre ésta y la que había cuando se cambió el hielo es el hielo que se ha fundido y que tiene un calor de fusión de 333.62 J/g, lo que da el calor total recibido por el agua en ese tiempo y por tanto la potencia recibida

7) Volver a colocar hielo y medir la temperatura del vaso, pero sin colocar la barra. Cuando esté otra vez a la temperatura del hielo fundente mirar la cantidad de agua que hay y esperar unos 10 minutos. Volver a medir la cantidad de agua. Eso da la cantidad de hielo que se funde debido al calor recibido del exterior. Dividiendo por el tiempo transcurrido y restándolo de lo obtenido en 6) da la potencia recibida de la barra.

8) Quitar el hielo y dejar la misma cantidad de agua que había cuando se hizo el apartado 4). Hacer lo mismo que entonces pero con el vaso apartado de la barra. Se trata de medir el calentamiento del vaso de agua debido al contacto térmico con el exterior, para obtener el calentamiento producido por la barra restando los resultados a los obtenidos en 4).

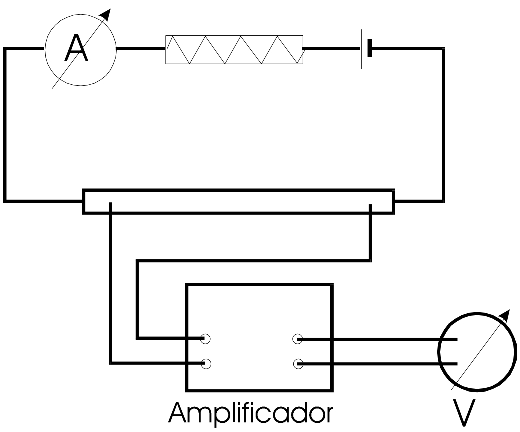
Como se ha indicado anteriormente el gradiente térmico en la situación estacionaria se obtiene simplemente dividiendo la diferencia de temperaturas T_1-T_{10} por la distancia entre los puntos. El flujo de energía se puede obtener de varias maneras con los datos medidos. Hacerlo criticando la bondad de cada uno de ellos.

Buscar en tablas la conductividad térmica de los materiales suministrados.



<u>Medida de la conductividad eléctrica</u>

El montaje eléctrico es como indica la figura de arriba. El esquema eléctrico puede verse



en la figura de la izquierda, para medida de resistencia eléctrica por 4 puntos: dos conectores en los extremos para aplicar corriente y dos en los agujeros de las barras para medida de voltaje. La fuente está conectada en serie con la barra, un reostato y un multímetro en función de amperímetro. En dos puntos cercanos a los extremos de la barra se conectan los terminales para medir voltaje, que va a ser muy débil, por lo que para medirlo es necesario intercalar un amplificador. La salida del amplificador va finalmente a un multímetro en función de voltímetro

1) Realizar el montaje eléctrico como muestra la figura.

2) Seleccionar 6V en el transformador de voltaje.

3) El amplificador debe calibrarse a 0 V cuando no hay corriente en la barra.

4) En el amplificador seleccionar:

Input:	Low Drift
Amplification	10^4
Time constant	0

5) Poner el reostato en su máximo valor e ir disminuyéndolo durante el experimento. Dado que la resistencia de la barra es mucho menor que la del reostato, éste prácticamente determina la corriente que circula. Téngase en cuenta que la intensidad es inversamente proporcional a la resistencia del reostato. Como máximo hay que llegar a unos dos amperios pues la fuente lleva un limitador que salta cuando la corriente es demasiado alta. Anotar en una tabla de dos columnas los valores de intensidad y voltaje. Ajustándolos a una recta se obtiene la resistencia *R*. La conductividad eléctrica es simplemente

$$\sigma = \frac{1}{R}\frac{L}{A} \qquad R = \frac{V_a - V_b}{I}$$

siendo *L* la distancia entre los contactos de voltaje y *A* la sección de la barra.

<u>Ley de Wiedemann-Franz</u>

Aparte del interés que por sí pueda tener las medidas de la conductividad térmica y eléctrica de un metal, los resultados tienen importancia desde un punto de vista más fundamental porque la teoría de los electrones en los metales predice un resultado que relaciona ambas magnitudes en el que sólo aparecen constantes universales de la física. En concreto la teoría cuántica de electrones en un metal conocida como “el modelo de Fermi” predice el siguiente resultado:

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{\pi^2 k_B^2}{3e^2} T = 2{,}45.10^{-8} T$$

Donde las únicas constantes físicas que aparecen son la constante de Boltzmann y la carga del electrón. El número de la última expresión es el valor que toma el cociente que precede a *T* en unidades del S.I. y se conoce como número de Lorentz.

A partir de los valores obtenidos para *K* y σ estudia si se verifica con las medidas que has obtenido la predicción del modelo de Fermi para la ley de Wiedamann- Franz. (Dada la mala calidad de las medidas para *K* nos daremos por satisfechos si el acuerdo se encuentra en el orden de magnitud)