Propiedades mecánicas y térmicas de sólidos y fluidos.
PROBLEMAS: FONONES Y PROPIDADES TÉRMICAS

---

1) Determinar los modos normales longitudinales de una cadena lineal diatómica con dos átomos de la misma masa *m* unidos por muelles de constante de fuerza muy diferente $C_1 = C$ y $C_2 = 10C$ alternativamente, de longitud natural *a*/2 en los dos casos. El problema es una simplificación de un cristal formado por moléculas unidas entre sí mediante débiles fuerzas de van der Waals (Ejempo real: CO_2 sólido). Estudiar cómo son los desplazamientos relativos en los siguientes casos límites:
a) $k \cong 0$ b) $k = \pi/a$ c) cualquier *k* cuando $C_1 << C_2$, comparar con los modos normales de una molécula aislada.

2) Demostrar que para la red unidimensional monoatómica de *N* átomos la densidad de estados es

$$d(\omega) = \frac{2N}{\pi}\frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}}$$

siendo ω_0 la frecuencia máxima.

3) Red bidimensional cuadrada. Un sólido bidimensional consiste en una red cuadrada con un sólo átomo por celda situado en la posición cristalográfica (0,0). Cuando un átomo se desplaza una cierta distancia *z* en dirección perpendicular al plano, con respecto al resto de la red cada vecino le produce un fuerza $-Cz$. Determinar lal relación de dispersión para ondas transversales que se propagan en cualquier dirección del plano *xy*.

Solución: $\omega^2 = \dfrac{2C}{m}\left(2 - \cos k_x a - \cos k_y a\right)$

Demostrar que los vectores *k* que corresponden a ondas físicamente diferentes (1ª zona de Brillouin) se encuentran en un cuadrado de lado $2\pi/a$, que se puede toamr centrado en el origen .
Dibujar $\omega(\boldsymbol{k})$ cuando $\boldsymbol{k}$ va en la dirección [10] y cuando va en la [11]

4) En general las ondas elásticas permitidas en un sólido finito están condicionadas por los límites del mismo. i.e. los vectores de onda permitidos corresponden a las posibles ondas estacionarias. Determinar las ondas permitidas en un sólido cuyas paredes son libres. Determinar la densidad de estados bidimensional para el problema 2. Ayuda: determinar el número de vectores $\boldsymbol{k}$ diferentes que puede haber con frecuencia entre ω y $\omega + d\omega$.

5) La siguiente tabla muestra los datos experimentales de la capacidad calorífica de Al_2O_3. Dibujar los datos en una gráfica. ¿Cuál es la predicción clásica para c_V? Determinar la temperatura de Debye que mejor se ajuste a los datos experimentales. Una forma simple de hacerlo es tomar una temperatura adecuada en que haremos coincidir la capacidad calorífica experimental con la predicción de Debye. Explicar el criterio empleado para elegir la temperatura. ¿Cuál es la diferencia entre c_P y c_V a 900 K? ¿Cuánto vale la constante *A* de Nernst-Lindemann?

Tabla 1: Datos del Al_2O_3

T(K)	***Cp/R***
50	**0.1793**
80	**0.8284**
100	**1.543**
150	**3.844**
200	**6.145**
250	**8.052**
300	**9.542**
400	**11.557**
500	**12.743**
600	**13.519**
700	**14.062**
900	**14.758**
1000	**14.989**

Tabla 2: Función de Debye ($x = T_D/T$)

x	$f_D(x)$
0	**1**
1	**0.952**
2	**0.825**
3	**0.663**
4	**0.503**
5	**0.369**
6	**0.266**
7	**0.191**
8	**0.138**
9	**0.101**
10	**0.0758**
11	**0.0577**
12	**0.0448**

6) La velocidad de las ondas elásticas longitudinales y transversales se ha determinado en un experimento de ecos de ultrasonidos. Para el cobre resultó ser: c_L = 4574 m/s y = 2160 m/s. Determinar la temperatura de Debye a partir de esos datos. La siguiente figura contiene datos experimentales de capacidad calorífica del cobre (Ginnings and Furukawa, 1953). El coeficiente de expansión térmica volumétrico a 300 K es α = 49.5 x 10^{-6} K^{-1} (Nix and MacNair, 1941) determinar la diferencia C_p-C_v a 300 K. El resto de los datos necesarios se pueden encontrar fácilmente en las tablas del Kittel o por internet. Determinar la constante de Nernst-Lindemann para este metal. Obtener un valor de la temperatura de Debye y de la contribución de los electrones de conducción que ajuste razonablemente bien los datos, y dentro de la precisión del dibujo. Comparar con datos de la tabla.