

**Propiedades mecánicas y térmicas de sólidos y fluidos.**  
**PROBLEMAS 4: ELASTICIDAD**

1) Una barra de monocristal cúbico tiene forma de paralelepípedo de aristas  $a$ ,  $b$  y  $c$ , paralelos a los ejes cristalinicos. Se encuentra entre dos paredes rígidas que le impiden deformarse en la dirección  $z$  ( $c = \text{cte}$ ) pero sin rozamiento con ellas. Se aplica una fuerza  $F$  en los extremos del paralelepípedo, perpendicular a las aristas de  $a$  y  $b$ .

Conociendo las constantes elásticas  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  y  $C_{44}$ , determinar:

- a) Las deformaciones unitarias (ayuda: son homogéneas, demostrarlo).
- b) Las tensiones en todas las caras del paralelepípedo.
- c) La longitud de la barra y la anchura que tendrá en la dirección de  $b$ .

El mismo problema si es un sólido isótropo con módulo de Young  $Y$  y de rigidez  $G$ .

2) Encontrar la velocidad de propagación de las ondas elásticas longitudinales y transversales que se propagan en la dirección  $[111]$  de un monocristal cúbico. Ayuda: Para las longitudinales los desplazamientos cumplen  $u_1 = u_2 = u_3$ . Deducir una relación similar para las dos polarizaciones transversales.

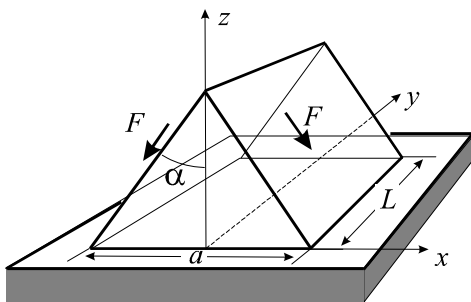
3) Para que un cristal cúbico sea estable es necesario que la densidad de energía elástica sea definida positiva como función de las deformaciones unitarias (criterio de estabilidad termodinámica). ¿Qué restricciones impone a los valores de las constantes elásticas?

4) Se tiene una barra de monocristal cúbico tallado de forma que la dirección de la barra es la cristalográfica  $[111]$ . Se aplica una fuerza  $F$  a lo largo de la barra. Determinar el tensor de tensiones en el sistema de ejes cristalográficos. Determinar las deformaciones de la barra en función de la fuerza aplicada.

5) Se tiene una tubería cilíndrica cuyos radios interior y exterior son inicialmente  $R_1$  y  $R_2$ . Por su interior hay gas a presión  $P_1$  y en el exterior la presión es  $P_2$ . Conociendo el módulo de Young  $Y$  y la relación de Poisson  $\nu$ , determinar las tensiones, deformaciones y desplazamientos. Se supone que la longitud de la tubería es muy grande y está obligada a mantenerse invariable. El mismo problema si la longitud es libre.

6) Determinar las tensiones y deformaciones de una esfera maciza (como por ejemplo la el planeta Tierra supuesto elástico y homogéneo) cuyo radio en ausencia de tensiones es  $R$  bajo la acción de su propio campo gravitatorio. Ayuda: la fuerza gravitatoria por unidad de volumen en el interior de la Tierra es  $f = -\rho g r/R$ , siendo  $g$  la aceleración de la gravedad en la superficie. No considerar la variación de  $\rho$  debido a la deformación elástica.

7) Determinar las tensiones y deformaciones de un largo cilindro macizo de radio  $R$  cuando gira con velocidad angular constante. Ayuda: la (pseudo) fuerza externa por unidad de volumen es la centrífuga:  $f = \rho \omega^2 r$ .



8) Una pieza sólida tiene forma de cuña, con las dimensiones que indica la figura, y se apoya en un suelo sin rozamiento. Está fabricada con un material sólido isótropo Cuyas constantes elásticas de flexibilidad  $S_{11}$ ,  $S_{12}$  y  $S_{44}$  son conocidas. Se aplica una fuerza tangencial  $F$  hacia abajo uniformemente distribuida en cada una de las caras oblicuas.

Despreciando el efecto de la gravedad, **determinar:**

- a) El tensor de esfuerzos en el sistema de ejes  $(x, y, z)$  indicado en la figura. Sugerencias: determinar la reacción normal que produce el suelo. Determinar la fuerza que ejerce la mitad izquierda de la pieza sobre la mitad derecha a través de la superficie de separación (plano  $yz$ )
- b) Las deformaciones unitarias suponiendo que son homogéneas (no dependen de  $x$ ,  $y$ ,  $z$ )
- c) Los desplazamientos y comprobar que se cumple la ecuación diferencial de equilibrio y las condiciones de contorno y por tanto que la suposición hecha en b) es correcta.
- d) Las dimensiones de la pieza deformada (base, altura y longitud). ¿Cuál tiene que ser el ángulo  $\alpha$  si queremos que la longitud  $L$  se mantenga invariable?