Examen de Física Cuántica I. 3º de Grado en Física.
7 de septiembre de 2015. Evaluacion continua y global sobre 7 puntos

1. Una partícula cuántica de masa m se mueve en una dimensión, sometida a fuerzas que derivan de la energía potencial $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$, siendo ω una constante. La función de onda en el instante $t = 0$ es: $\phi(x) = Ax^2 \exp(-\beta^2 x^2/2)$, siendo $\beta = \sqrt{m\omega/\hbar}$.
   a) Escribir ϕ como combinación lineal de la base de funciones de energía definida, indicadas abajo. Determinar A de modo que a ser posible $\phi(x)$ sea real y no negativa, $\forall x$. (1 punto)
   b) Si en $t = 0$ se mide la energía, ¿qué valores pueden salir y con qué probabilidades?(1 p)
   c) Si no se mide nada, ¿cuál es el valor medio o esperado de la energía potencial en el instante $t = \pi/2\omega$? (1,5 p)
   Nota: Las funciones de onda que corresponden a estados de energía definida del oscilador armónico son:
   $$\phi_n(x) = \left(\frac{\beta^2}{\pi}\right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n(\beta x) \exp[-\beta^2 x^2/2],$$
   y los primeros polinomios de Hermite son: $H_0(u) = 1; H_1(u) = 2u; H_2(u) = 4u^2 - 2; ...$

2. Un sistema está formado por dos partículas distintas, ambas con momentos angulares de spin de módulo fijo: $S_1^2 = (3/4)\hbar^2$ y $S_2^2 = 2\hbar^2$. La interacción entre ellas queda descrita por el hamiltoniano de Heisenberg: $H = A\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$, donde A es una constante dada. Si indicamos los estados propios de S_1^2, S_{1z}, S_2^2, S_{2z} por sus números cuánticos correspondientes, mediante los kets $|1/2, m_1; 1, m_2 >$.
   a) ¿Qué valores pueden tomar los números m_1 y m_2? (0.5 p)
   b) Determinar el vector propio que corresponde a los máximos valores de S^2 y S_z como combinación lineal de los kets dados arriba, siendo el operador vectorial $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$.(1 p)
   c) Determinar el conmutador $[H, S_{1z}]$.(1 p)
   d) Determinar los estados de energía definida, como combinación de los vectores propios de S^2 y de S_z y las energías correspondientes.(1 p)
   Nota: La actuación de los operadores $J_\pm$ sobre un estado propio de J^2 y J_z es:
   $$J_\pm|j, m >= \hbar\sqrt{j(j+1) - m(m \pm 1)}|j, m \pm 1 >$$

Examen de Física Cuántica I. 3º de Grado en Física.
26 de enero de 2015. Sobre 3 puntos, para evaluación global

1. **Problema 5, hoja III (parte)**

   Una partícula se encuentra en un estado dado por la función de onda

   $$\Psi(x,t) = Ae^{a(-mx^2/\hbar + it)}$$

   a) Encontrar un valor adecuado de A (0.3 puntos).
   b)¿Para qué potencial $V(x)$ se satisface la ec de Schrödinger? (0.5 puntos).
   c) Calcular los valores esperados de x, x^2, p y p^2. (0.7 puntos)

2. **Cuestión de prácticas.**

   Hacer los gráficos en la última página y entregarla aunque no se escriba nada en ella.

   Queremos reproducir el experimento de G.P. Thomson (1927), que trata de verificar la hipótesis de L. de Broglie sobre el comportamiento ondulatorio de los electrones. La figura siguiente esquematiza el dispositivo experimental. La tabla adjunta contiene los radios medidos de los anillos de interferencia que se producen cuando un haz de electrones, previamente acelerados mediante un campo eléctrico, atraviesa una delgada muestra policristalina de grafito. En la columna izquierda va el voltaje acelerador, proporcional a la energía de los electrones incidentes. Las distancias entre planos atómicos del grafito, que contribuyen a esos dos anillos son $d_1 = 2{,}13$ Å y $d_2 = 1{,}23$ Å (Debye y Scherrer, 1916, Hull 1917). La distancia de la muestra al extremo derecho del bulbo es $L = 111$ mm y el radio del bulbo $R = 65$ mm. Todas las distancias medidas se suponen $\pm 0{,}5$ mm y el error en las energías es despreciable, frente a otros.

   a) Representar en el papel milimetrado que se adjunta la longitud de onda de los electrones en función de $1/\sqrt{V}$, para los dos anillos. Suponer que $\alpha \simeq \sin\alpha \simeq \tan\alpha \simeq r/L$. Se recuerda la ley de Bragg para la difracción de ondas por un cristal: $2d\sin(\alpha/2) = \lambda$.
   b) Ajustar visualmente, mediante una regla, a una recta.
   c) Deducir el valor de la constante de Planck que se obtendría asumiendo la hipótesis de L. de Broglie.
   d)¿Se puede aceptar la hipótesis de de Broglie a partir de los resultados de este experimento considerando los errores experimentales? ¿Hay errores sistematicos que hacen que el resultado se aparte de lo esperado más allá del el error experimental? Explicar ambas respuestas.
   Constantes fundamentales conocidas en 1927: masa del electrón en reposo: $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C.
   (1.5 puntos)

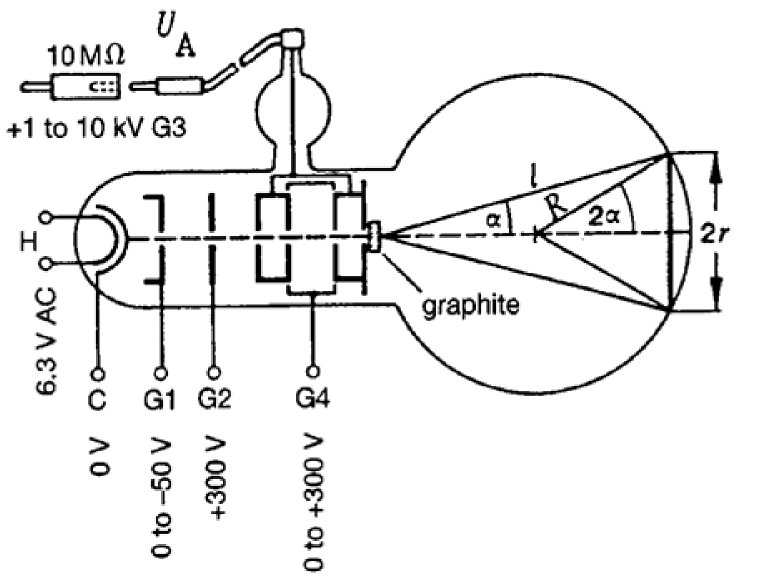

Figura 1:

Cuadro 1: Datos de difraccion de electrones. 20-I-2015

V(kV)	R_1(mm)	R_2(mm)
5.1	9.7	17.4
4.5	10.5	18.5
4.0	11.1	19.3
3.5	11.7	20.5
3.0	12.7	22.4
2.5	13.7	24.0
1.8	16.5	28.3

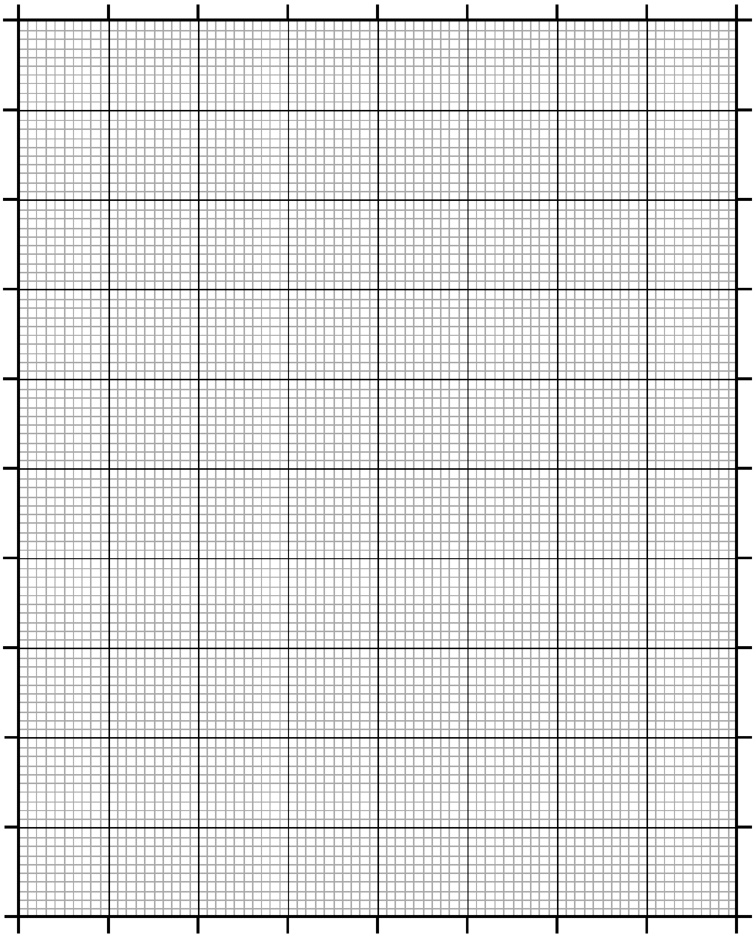

Figura 2: