Examen de Física Cuántica I. 3º de Grado en Física.
27 de enero de 2016. Evaluacion continua y global sobre 7 puntos

1. Una partícula cuántica de masa m se mueve en el plano xy sometida a fuerzas que derivan del potencial armónico simple isótropo $V(x,y) = (1/2)m\omega^2(x^2+y^2)$, siendo ω una constante. Se encuentra en un estado dado por la función de onda $\psi(x,y) = \phi_0(x)\phi_2(y)$ siendo $\phi_n(x)$ las funciones de onda de energía definida del oscilador armónico 1D con la misma $\beta = \sqrt{m\omega/\hbar}$.

   a) ¿Es de energía definida cualquier función de onda de la forma $\phi_{n1}(x)\phi_{n2}(y)$, con $n1, n2$ enteros no negativos? Demostrar la respuesta. Determinar el valor medio o esperado de la energía en un estado descrito por tal función de onda.

   b) Escribir la tercera componente del momento angular orbital L_z en función de los operadores escalera a_x, a_x^+, a_y y a_y^+. ¿Conmuta L_z con el hamiltoniano? Explicarlo.
   c) Escribir la matriz que representa L_z en el subespacio de estados cuya base es $|u_1\rangle = |\phi_{0x}\phi_{2y}\rangle$, $|u_2\rangle = |\phi_{1x}\phi_{1y}\rangle$ y $|u_3\rangle = |\phi_{2x}\phi_{0y}\rangle$.
   d) Si se mide L_z en el estado enunciado, ¿qué valores pueden salir y con qué probabilidades? ¿Por qué debemos considerar sólo el subespacio cuya base son los tres estados indicados en c)?
   Nota: Los operadores a_x y a_x^+ se definen como: $a_x = (X' + iP_x')/\sqrt{2}$, $a_x^+ = (X' - iP_x')/\sqrt{2}$ siendo $X' = \beta X$, $P_x' = P_x/(\beta\hbar)$ y análogamente a_y y a_y^+.
   (1 punto cada apartado)

2. Se tiene un sistema de dos partículas distintas de spines iguales $S_1^2 = S_2^2 = 2\hbar^2$ y el hamiltoniano $H = \omega_1 S_{1z} + \omega_2 S_{2z}$. El estado inicial del sistema es autovector del spin total $\mathbf{J}^2$ con $J = 1$, y de J_z total con $M = 1$, siendo $\mathbf{J} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$.
   a) Determinar las energías propias del sistema y los estados de energía definida.
   b) Determinar $|\psi(t)\rangle$.
   c) Si en el instante t se mide J^2, ¿qué valores pueden salir y con qué probabilidades? ¿En qué instantes saldrá un resultado seguro?
   (1 punto cada apartado).

Examen de Física Cuántica I. 3º de Grado en Física.
27 de enero de 2016. Sobre 3 puntos, para evaluación global

1. **Problema 2, hoja III (parte)**

   El estado de una partícula está representado en $t = 0$ por la siguiente función de onda:

   $$\phi(x) = A\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \quad \text{si} \quad -a/2 \le x \le a/2; \quad \phi(x) = B\exp(-k|x|) \quad \text{si} \quad |x| \ge a/2$$

   siendo A, a, B y k constantes reales y positivas.
   Dicha función de onda corresponde al estado fundamental de una partícula de masa m sometida a un potencial que se anula en $\pm\infty$.
   Cuestiones:
   a) Encontrar los valores de las constantes y la energía de la partícula. Se recuerda que la función de onda debe debe estar normalizada y ser continua, así como su derivada.
   b) Dibujar esquemáticamente $\phi(x)$ como función de x.
   c) Encontrar el potencial $V(x)$ y dibujarlo.
   e) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar la partícula a la derecha de $a/2$?. (0.25 puntos cada apartado)

2. **Cuestión de prácticas.**

Hacer los gráficos en la última página y entregarla aunque no se escriba nada en ella.

Con el objeto de verificar la hipótesis de Planck-Einstein (que la radiación electromagnética está formada por un número entero de fotones, cada uno de energía $h\nu$) se hace el siguiente experimento: Ver la figura 1, izquierda. Se lanzan electrones, previamente acelerados mediante un campo eléctrico con una diferencia de potencial U, contra un blanco metálico. Se analiza la energía de la radiación electromagnética (en el rango de los RX) producida en el frenado de los electrones al chocar contra el blanco.

La intensidad en cada longitud de onda se mide usando un cristal analizador de LiF con geometría de Bragg y un contador de fotones, Geiger-Müller. La distancia entre planos cristalinos es $d = 2{,}014$ Å. La intensidad detectada en función ángulo θ (el "espectro") se representa en la figura 1, derecha, en experimentos realizados con distintos valores del voltaje acelerador de los electrones.

a) Explicar cualitativamente la forma del espectro obtenido. ¿Cómo se entiende que la intensidad sea despreciable (un fondo de origen desconocido) hasta un valor θ ("de corte") en que aumenta rápidamente?
b) Obtener gráficamente el ángulo θ de corte para cada voltaje.
c) Representar gráficamente U (ordenadas) en función de la frecuencia de los rayos V ν (abscisas).
d) Determinar h mediante un ajuste gráfico, con regla.

Constantes fundamentales: masa del electrón en reposo: $m = 9{,}1096 \times 10^{-31}$ kg, carga del electrón: $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C.
(2 puntos)

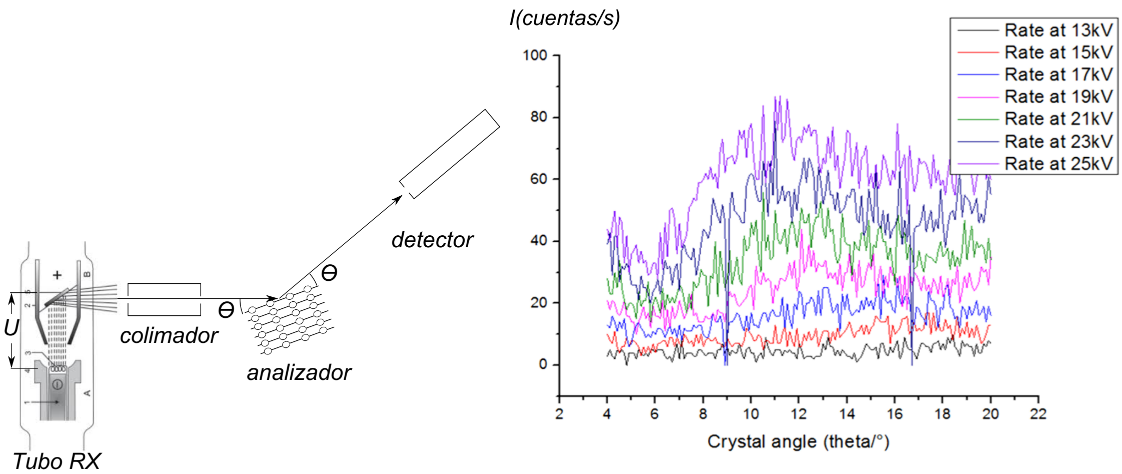

Figura 1:

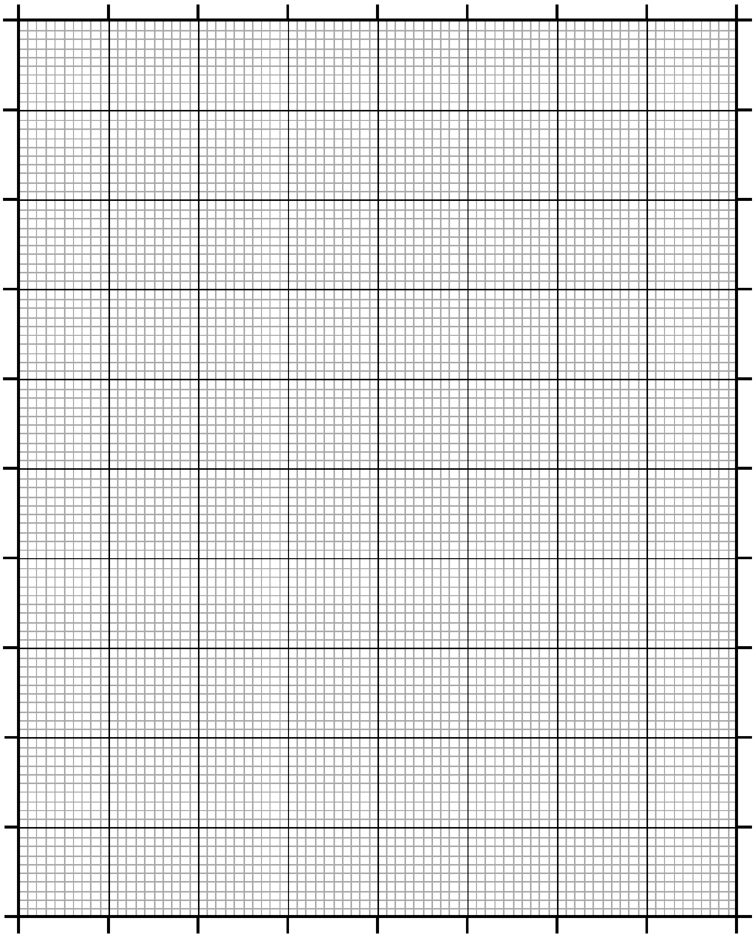

Figura 2: