Examen de Física Cuántica I. 3º de Grado en Física.
26 de enero de 2015. Evaluación continua y global sobre 7 puntos

1. En el instante $t = 0$ la función de onda que describe una partícula en un pozo infinito de potencial de anchura a ($V(x) = 0$ si $0 < x < a$, $V(x) = \infty$ en cualquier otro caso) es:

$$\psi(x) = A[\sin(\pi x/a) + 2\sin(2\pi x/a)]$$

a) Se quiere que ψ sea real y positiva para $x = 3a/4$. Determinar A
b) Determinar la energía y la fuerza media sobre las paredes.
c) Si se mide la energía cinética de la partícula, ¿qué valores pueden salir y con qué probabilidades?
d) Calcular la indeterminación en la energía, ΔE, usando la definición precisa.Ayuda: las funciones de onda que corresponden a estados de energía definida son $\phi_n(x) = \sqrt{2/a}\sin(n\pi x/a)$. (2 puntos, 0.5 cada cuestión)

2. Se tiene una partícula cuántica de masa m que evoluciona sometida a un potencial armónico simple, en una dimensión: $V(x) = (1/2)m\omega^2 x^2$ siendo $\omega = cte$. Se definen los operadores $X' = \sqrt{m\omega/\hbar}X$, $P' = P/\sqrt{m\hbar\omega}$, $a = (X' + iP')/\sqrt{2}$, $a^+ = (X' - iP')/\sqrt{2}$ y $N = a^+a$.
a) Enunciar las propiedades más importantes de a^+, a y N. (0.5 puntos)
b) Utilizando las propiedades de a, determinar la función de onda del estado fundamental del sistema.(1 punto)
c) Utilizando las propiedades de a^+ determinar la función de onda del estado con $n = 1$ (1 punto).

3. Un electrón sometido a fuerzas que derivan del potencial $V(r) = -e^2/(4\pi\epsilon_0) \cdot 1/r$ se encuentra en el estado

$$|\psi\rangle = \frac{i}{\sqrt{3}}|\phi_{2,1,1}\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|\phi_{3,1,0}\rangle$$

siendo $\phi_{n,l,m}(r,\theta,\varphi) = R_{n,l}(r)Y_l^m(\theta,\varphi)$ las funciones de onda que corresponden a estados propios de H, L^2 y L_z.
a) Obtener los vectores propios comunes a H, L^2 y L_x como combinación lineal de los vectores propios de H, L^2 y L_z para $l = 1$ y n dado, cualquiera. Recordar que:
$L_\pm|n,l,m\rangle = \hbar\sqrt{l(l+1) - m(m\pm 1)}|n,l,m\pm 1\rangle$. (1 punto)
b)Determinar los valores que pueden salir si se mide L_x y sus probabilidades, en el estado dado arriba.(1 punto)
c) Determinar la energía media si la energía del estado fundamental es $-E_I \equiv -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}$.(0.5 puntos)

Examen de Física Cuántica I. 3º de Grado en Física.
26 de enero de 2015. Evaluacion global sobre 3 puntos

1. **Problema 7, hoja VI (parte)**

   Consideramos una partícula de spin 1/2 y momento magnético $\mathbf{M} = \gamma \mathbf{S}$. Los kets $|+\rangle$ y $|-\rangle$ son los autovectores de S_z con autovalores $\pm\hbar/2$. En el instante $t = 0$ el estado del sistema es $|\psi(0)\rangle = |+\rangle$.
   a) ¿Qué valores se pueden obtener y con qué probabilidades si se mide S_x en $t = 0$?
   b) No se hace la medida a) sino que se deja evolucionar el sistema en un campo magnético constante B_0 paralelo al eje y. Determinar el estado del sistema en el instante t referido a la base $|+\rangle, |-\rangle$.
   (1.5 puntos)

2. **Cuestión de prácticas.**

   Hacer los gráficos en la última página y entregarla aunque no se escriba nada en ella.
   Queremos reproducir el experimento de G.P. Thomson (1927), que trata de verificar la hipótesis de L. de Broglie sobre el comportamiento ondulatorio de los electrones: $\lambda = h/p$. La figura siguiente esquematiza el dispositivo experimental. La tabla adjunta contiene los radios medidos de dos de los anillos de interferencia que se producen cuando los electrones, previamente acelerados mediante un campo eléctrico, atraviesan una delgada muestra policristalina de grafito. En la columna izquierda va el voltaje acelerador, proporcional a la energía de los electrones incidentes. Las distancias entre planos atómicos del grafito que contribuyen a esos dos anillos son $d_1 = 2{,}13$ Å y $d_2 = 1{,}23$ Å (Debye y Scherrer, 1916, Hull 1917). La distancia de la muestra al extremo derecho del bulbo es $L = 111$ mm y el radio del bulbo $R = 65$ mm. Todas las distancias medidas se suponen $\pm 0{,}5$ mm y el error en las energías es despreciable, frente a otros.

   a) Representar en el papel milimetrado que se adjunta la longitud de onda de los electrones en función de $1/\sqrt{V}$, para los dos anillos. Suponer que $\alpha \simeq \sin\alpha \simeq \tan\alpha \simeq r/L$. Se recuerda la ley de Bragg para la difracción de ondas por un cristal: $2d\sin(\alpha/2) = \lambda$.
   b) Ajustar visualmente, mediante una regla, los dastos a dos rectas.
   c) Deducir el valor de la constante de Planck que se obtendría asumiendo la hipótesis de L. de Broglie.
   d)¿Se puede aceptar la hipótesis de de Broglie a partir de los resultados de este experimento considerando los errores experimentales? ¿Hay errores sistematicos que hacen que el resultado se aparte de lo esperado más allá del el error experimental? Explicar ambas respuestas.
   Algunas constantes fundamentales conocidas en 1927: masa del electrón en reposo: $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C.
   (1.5 puntos)

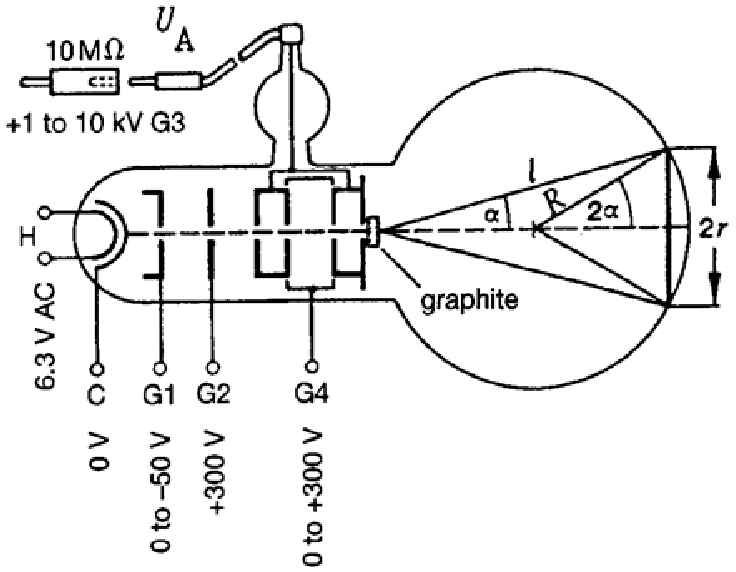

Figura 1:

Datos de difraccion de electrones. 20-I-2015

V(kV)	R_1(mm)	R_2(mm)
5.1	9.7	17.4
4.5	10.5	18.5
4.0	11.1	19.3
3.5	11.7	20.5
3.0	12.7	22.4
2.5	13.7	24.0
1.8	16.5	28.3

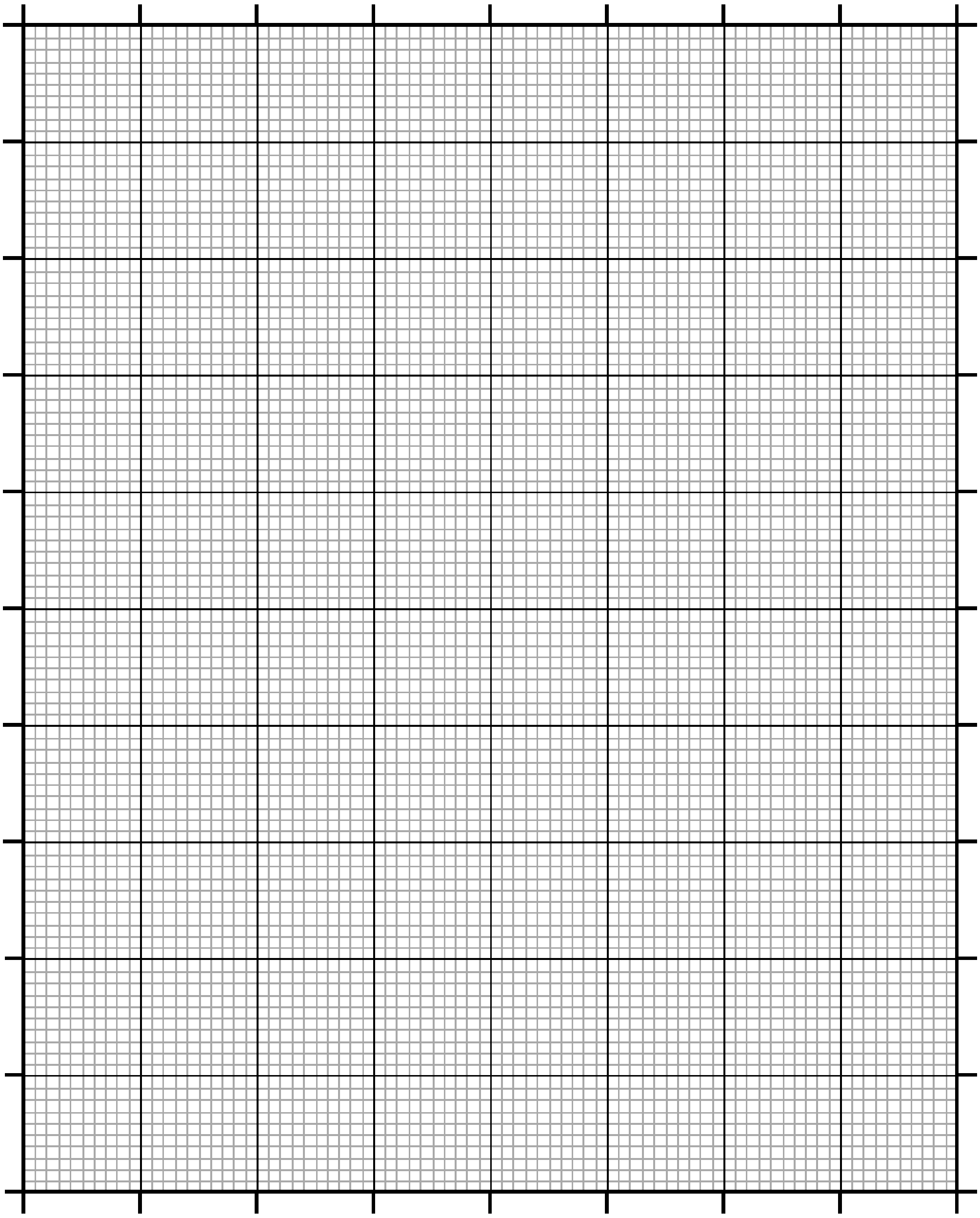

Figura 2: